

むだ時間を含む線形リセットシステムの安定解析

Stability analysis of linear reset system with delay

○八木 智広, 佐藤 淳

○Tomohiro Yagi, Atsushi Satoh

岩手大学

Iwate University

キーワード: リセットシステム (reset system), むだ時間システム (delay system),
LMI アプローチ (LMI approach)

連絡先: 〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 岩手大学大学院 工学研究科 機械システム工学専攻
佐藤 淳, Tel: 019-621-6404, E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

1. 諸言

リセットシステムは連続的なダイナミクスと, ある条件において状態量の一部が不連続に遷移する離散的なダイナミクスを併せ持つハイブリットシステムである. リセットシステムに関する研究は Clegg⁴⁾ による線形積分器にリセット動作を加えた Clegg Integrator の提案が始まりとされ, 近年は Beker et al.⁶⁾ により超平面型リセットシステムの二次安定条件や, Nesic et al.²⁾ により二次錐型のリセット条件を持つ線形リセットシステムに対する $\mathcal{L}_2$ 安定条件および指数安定条件が示されるなど, リセットシステムの安定性についての研究が進展している. また, 連続時間の制御対象にリセットフィードバック動作を加えることにより優れた制御性能を得る可能性があることが知られており, このようなリセット制御の実現に際しても, リセットシステムの安定解析は重要である.

むだ時間システムとは物体の移動, 情報あるいは信号が伝達する際の時間的な遅れを含むシ

ステムである. 遠隔操作のような入出力間に遅れが発生するシステムや, 化学プラントなどの複雑かつ大規模なダイナミクスを持つシステムはむだ時間システムとしてモデル化されることが多い. むだ時間システムの制御は古くから研究されているが, 近年の通信ネットワークを用いた制御との関係性も深い.

むだ時間を含むリセットシステムの安定性について Banõs et al.¹⁾ は超平面型のリセットシステムに対する漸近安定条件を示しているが, この結果は異なるタイプのリセットシステムである二次錐型のリセットシステムに直接適用することはできない.

本研究ではむだ時間を持つ二次錐型のリセットシステムについて, Nesic et al. の条件に基づく漸近安定性の十分条件を LMI アプローチにより導出することを目的とする.

2. 導入

2.1 基本システムの説明

線形リセットシステムとは連続的なダイナミクスを持つ線形システムと、状態のジャンプである離散的なダイナミクスが組み合わされたハイブリットシステムである。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), & \text{if } x(t) \in \mathcal{F} \\ x^+ = A_r x(t) & \text{if } x(t) \in \mathcal{J} \end{cases} \quad (1)$$

$$A \in \mathbf{R}^{n \times n}, B \in \mathbf{R}^{n \times p}, C \in \mathbf{R}^{q \times n}, A_r \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

式(1)において x^+ はリセット直後の状態量を表すものとする。式(1)の A および A_r をそれぞれフロー行列、ジャンプ行列と呼ぶ。状態空間の部分集合 $\mathcal{F}, \mathcal{J}$ をそれぞれフローセット、ジャンプセットと呼び、 $\mathcal{F} \cup \mathcal{J}$ は状態空間全体を覆うものとする。ここで、状態量 x はリセットによって変化しない n_p 個の状態量 $x_p \in \mathbf{R}^{n_p}$ 、リセットによってジャンプ可能な n_r 個の状態量 $x_r \in \mathbf{R}^{n_r}$ から構成され、 $n = n_p + n_r$ とする。すると状態ベクトル x は一般性を失わずに次のようにとることができる。

$$x = [x_p^T, x_r^T]^T \quad (2)$$

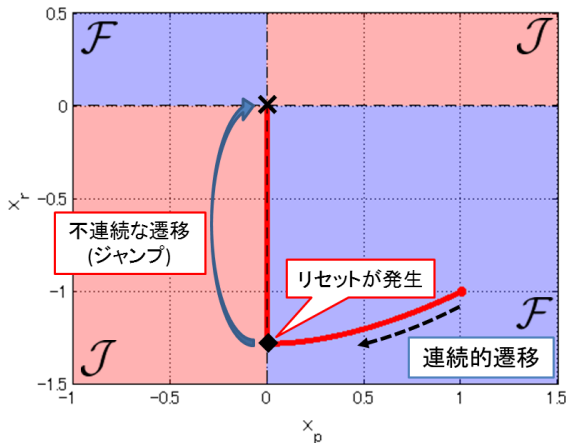


図1 リセットシステムの状態遷移

二次のリセットシステムの状態空間における

状態量 x の遷移の例を図1に示す。 $x \in \mathcal{F}$ においてシステムの状態は連続的に遷移し、 $x \in \mathcal{J}$ のときリセットが発生し、状態量は瞬間的に不連続な遷移(ジャンプ)をする。

リセットシステムでは、有限時間内にリセット間隔がゼロに収束し、リセット回数が有限時間で発散する解(ゼノ解)や、リセット間隔がゼロになり連続的遷移が行われない解(beatting)が存在する可能性がある。

2.2 フローセット、ジャンプセットの定義

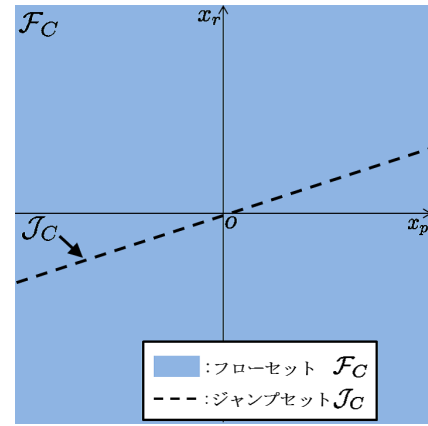


図2 超平面型

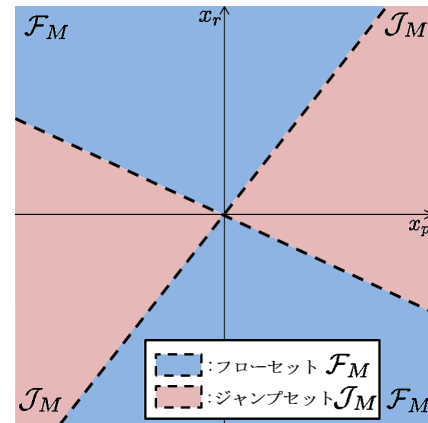


図3 二次錐型

定義1の $\mathcal{F}, \mathcal{J}$ を伴うリセットシステムを超平面型リセットシステムと呼ぶことにする。

定義 1

行列 $C^{1 \times n} \neq 0$ に対して、以下のような集合を定義する.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_C &:= \{x \in \mathbf{R}^n | Cx \neq 0\} \\ \mathcal{J}_C &:= \{x \in \mathbf{R}^n | Cx = 0\}\end{aligned}\quad (3)$$

一方、定義 2 の $\mathcal{F}, \mathcal{J}$ を伴うシステムを二次錐型リセットシステムと呼ぶことにする.

仮定 1

M は厳密に負な最小固有値と厳密に正な最大固有値を持つ対称行列である.

定義 2

仮定 1 を満たす M について、以下のような集合を定義する.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_M &:= \{x \in \mathbf{R}^n | x^T M x \geq 0\} \\ \mathcal{J}_M &:= \{x \in \mathbf{R}^n | x^T M x \leq 0\}\end{aligned}\quad (4)$$

超平面型、二次錐型リセットシステムの $\mathcal{F}, \mathcal{J}$ は二次の状態空間ではそれぞれ図 2, 図 3 のように区分される領域で表される.

本研究では、二次錐型のリセットシステムについて考える.

2.3 遅れ型むだ時間系

遅れ型むだ時間系とは、状態にむだ時間が含まれるむだ時間システムである.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h) + Bu(t) \\ x(t) = \phi(t) \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) のシステムの $x(0)$ は初期関数 ϕ に依存し、またむだ時間の項 $A_d x(t-h)$ の存在から、式 (5) の遷移は現在の状態 $x(t)$ だけでなく過去の状態 $x(t-h)$ に依存する.

定義 3 のような区分的連続関数の集合を考える.

定義 3

$\mathcal{C}_h := \{\phi : [-h, 0] \rightarrow \mathbf{R}^n \mid \phi \text{ は } \phi(\bar{t}^-) \text{ および } \phi(\bar{t}^+) \text{ が存在し、かつ } \phi(\bar{t}^-) = \phi(\bar{t}) \text{ であるような有限個の点 } \bar{t} \text{ を除き、いたるところで連続}\}$ ただし

$$\phi(t^+) := \lim_{\tau \rightarrow t+0} \phi(\tau), \quad \phi(t^-) := \lim_{\tau \rightarrow t-0} \phi(\tau)$$

式 (5) のシステムにおいて、 $u = 0$ とおいた自律システムの $x = 0$ まわりの漸近安定性を考えると、式 (5) はむだ時間の項 $A_d x(t-h)$ を持つことから、 $x(t+\theta), \forall \theta \in [-h, 0]$ 全ての値の収束について考慮する必要がある.

むだ時間システムの漸近安定性を考えるにあたり、Lyapunov-Krasovskii 汎関数³⁾を利用することが多い. これは区分的連続関数 $x_t \in \mathcal{C}_h$ と対称行列 P, Q について次のように定義されるものである.

$$V(x_t) := x_t^T(0)Px_t(0) + \int_{-h}^0 x_t^T(\theta)Qx_t(\theta)d\theta \quad (6)$$

また $x_t \in \mathcal{C}_h$ のノルムは次のような、内積から誘導されるノルムを用いる.

$$\|x_t\|^2 := |x(0)|^2 + \int_{-h}^0 |x_t(\theta)|^2 d\theta \quad (7)$$

$V(x_t)$ の正定性を次のように定義する.

定義 4

以下の条件を満たすとき、 $V(x_t)$ は正定であるという.

$$\begin{aligned}V(x_t) &> 0, \quad x_t \neq 0 \\ V(x_t) &= 0, \quad x_t = 0\end{aligned}$$

補題 1

$P > 0, Q > 0$ であることと、 $V(x_t)$ が正定であることは等価である.

証明

十分条件を示す. $P > 0, Q > 0$ と仮定すると, これらの最大固有値および最小固有値を用いて次の式が成立する.

$$\begin{aligned}\lambda_{\min}(P)|x_t(0)|^2 &\leq x_t^T(0)Px_t(0) \\ &\leq \lambda_{\max}(P)|x_t(0)|^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\min}(Q)|x_t(\theta)|^2 &\leq x_t^T(\theta)Qx_t(\theta) \\ &\leq \lambda_{\max}(Q)|x_t(\theta)|^2\end{aligned}$$

$$0 < \lambda_{\min}(P) \leq \lambda_{\max}(P),$$

$$0 < \lambda_{\min}(Q) \leq \lambda_{\max}(Q)$$

よって,

$$\begin{aligned}&\lambda_{\min}(P)|x_t(0)|^2 + \lambda_{\min}(Q) \int_{-h}^0 |x_t(\theta)|^2 d\theta \\ &\leq x_t(0)^T Px_t(0) + \int_{-h}^0 x_t^T(\theta) Q x_t(\theta) d\theta \\ &\leq \lambda_{\max}(P)|x_t(0)|^2 + \lambda_{\max}(Q) \int_{-h}^0 |x_t(\theta)|^2 d\theta\end{aligned}$$

以下のように $\lambda_{1\min}, \lambda_{2\max}$ をおく.

$$\lambda_{1\min} := \min\{\lambda_{\min}(P), \lambda_{\min}(Q)\} > 0$$

$$\lambda_{2\max} := \max\{\lambda_{\max}(P), \lambda_{\max}(Q)\} > 0$$

以上から次の式が成立する.

$$\begin{aligned}\lambda_{1\min}\|x_t\|^2 &\leq \lambda_{\min}(P)|x_t(0)|^2 \\ &\quad + \lambda_{\min}(Q) \int_{-h}^0 |x_t(\theta)|^2 d\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\max}(P)|x_t(0)|^2 + \lambda_{\max}(Q) \int_{-h}^0 |x_t(\theta)|^2 d\theta \\ \leq \lambda_{2\max}\|x_t\|^2\end{aligned}$$

$$\lambda_{1\min}\|x_t\|^2 \leq V(x_t) \leq \lambda_{2\max}\|x_t\|^2 \quad (8)$$

よって $x_t \neq 0$ のときに $V(x_t) > 0$, $x_t = 0$ のとき $V(x_t) = 0$ である.

次に必要条件を示す. $P \not> 0$ または $Q \not> 0$ かつ, V が正定であると仮定する. $P \not> 0$ のとき P はゼロ以下の固有値を少なくとも一つは持つため, $x_t \neq 0$ かつ $x_t(\theta) = 0, \forall \theta \in [-h, 0)$ において

$$V(x_t) = x_t^T(0)Px_t(0) = 0 \quad (9)$$

を満たす $x_t(0) \neq 0$ が存在し, これは V が正定の仮定に矛盾する. また $Q \not> 0$ のときも同様に矛盾する. よって V が正定ならば $P > 0$ かつ $Q > 0$ である. ■

3. 問題設定

本研究では, 次のむだ時間を含む二次錐型リセットシステムの漸近安定性について考える.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h), & \text{if } x(t) \in \mathcal{F} \\ x^+(t) = A_r x(t), & \text{if } x(t) \in \mathcal{J} \\ x(t) = \phi(t), & t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (10)$$

$$A \in \mathbf{R}^{n \times n}, A_d \in \mathbf{R}^{n \times n}, B \in \mathbf{R}^{n \times p},$$

$$C \in \mathbf{R}^{q \times n}, A_r \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

また本研究では以下の仮定を導入する.

仮定 2

式 (10) のシステムはゼノ解や *beating* を持たない.

仮定 2 より, 式 (10) のシステムの解は, 区分的連続関数 $x_t \in \mathcal{C}_h$ で表され, 次のようにかける.

$$\begin{cases} \dot{x}_t(0) = Ax_t(0) + A_d x_t(-h), & \text{if } x_t(0) \in \mathcal{F} \\ x_{t+}(0) = A_r x_t(0), & \text{if } x_t(0) \in \mathcal{J} \\ x_t(0) = \phi(t), & t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (11)$$

式 (11) のシステムの状態がフローセット/ジャンプセットのどちらに存在するかは, x_t の右端の値のみによって決定されることに注意する.

$x_t = 0$ のとき、式 (11) は次のようになりフローセット/ジャンプセット両方で不変であるから、これは式 (11) のシステムの平衡点である。

$$\begin{aligned}\dot{x}_t(0) &= Ax_t(0) + A_d x_t(-h) = 0 \\ x_{t+}(0) &= A_r x_t(0) = 0\end{aligned}$$

以下では平衡点 $x_t = 0$ まわりの漸近安定を考えることにする。

$V(x_t)$ のフローセットにおける式 (11) のシステムの軌道に沿った時間的変化率は次のようになる。

$$\begin{aligned}& \frac{d}{dt} V(x_t) \\&= \dot{V}(x_t) \\&= \frac{d}{dt} \left(x^T(t) P x(t) \right. \\&\quad \left. + \int_{-h}^0 x^T(t+\theta) Q x(t+\theta) d\theta \right) \\&= x^T(t) P \dot{x}(t) + \dot{x}^T(t) P x(t) \\&\quad + x^T(t) Q x(t) - x^T(t-h) Q x(t-h) \\&= x_t^T(0) P (Ax_t(0) + A_d x_t(-h)) \\&\quad + (Ax_t(0) + A_d x_t(-h))^T P x_t(0) \\&\quad + x_t^T(0) Q x_t(0) - x_t^T(-h) Q x_t(-h) \\&= \hat{x}^T N \hat{x}\end{aligned}\tag{12}$$

$$\hat{x} : = [x_t^T(0), x_t^T(-h)]^T\tag{13}$$

$$N : = \begin{bmatrix} A^T P + P A + Q & P A_d \\ A_d^T P & -Q \end{bmatrix}\tag{14}$$

また $\hat{x} = 0$ のとき、 $\dot{V}(x_t) = 0$ となる。式 (15) のような $\tilde{x}_t \neq 0$ を考えれば

$$\begin{aligned}\tilde{x}_t(\theta) &\neq 0, \forall \theta \in (-h, 0) \\ \tilde{x}_t(0) &= 0, \tilde{x}_t(-h) = 0\end{aligned}\tag{15}$$

式 (12) より $\dot{V}(\tilde{x}_t) = 0$ となるので、 $x_t = 0$ 以外でも $V(x_t)$ の値が変化しない t の区間が存在する可能性があることに注意する。

4. 漸近安定条件

Nesic et al.²⁾ による二次錐型線形リセットシステムの指数安定性と $\mathcal{L}_2$ 安定性に関するリアプノフベースの結果を用いて、式 (11) のシステムの $x_t = 0$ まわりの漸近安定性を考える。

なお、対象となるシステムは異なるものの、定理 1 の条件は参考文献²⁾ の仮定 1 において $y = d = 0$ とおいた場合に対応するとみなせる。

定理 1

式 (11) のシステムを考える。正の実数 $\lambda_i (i = 1, \dots, 3)$ および $\eta \in (0, 1]$ について、以下の条件を満たす正定関数 $V(\cdot) : \mathcal{C}_h \rightarrow \mathbf{R}$ が存在すれば、式 (11) のシステムは $x_t = 0$ について大域的漸近安定である。

$$\lambda_1 \|x_t\|^2 \leq V(x_t) \leq \lambda_2 \|x_t\|^2, \tag{16}$$

$$\dot{V}(x_t) \leq -\lambda_3 \|\hat{x}\|^2, \forall x_t(0) \in \mathcal{F} \tag{17}$$

$$V(x_{t+}) \leq \eta V(x_t), \forall x_t(0) \in \mathcal{J} \tag{18}$$

証明

平衡点 $x_t = 0$ の近傍 Ω に対し、 $\beta \geq 0$ についてレベル集合 $\Omega_\beta := \{x_t \in \Omega : V(x_t) \leq \beta\}$ と平衡点 $x_t = 0$ を中心とする半径 r の円 $\mathcal{B}_r := \{x_t \in \Omega : \|x_t\| \leq r\}$ を定義する。

ある Ω_c , $c > 0$ が与えられとき、 $\forall x_t \in \Omega_c$ について、 $V(x_t)$ は t に関して非増加であることを示す。

(i) $x_t(0) \in \mathcal{F}$ のとき

(a) 十分小さな $\epsilon > 0$ について $x_{t+\epsilon}(0) \in \mathcal{F}$ のとき、式 (17) より $V(x_t)$ は非増加である。

(b) どのように小さな $\epsilon > 0$ についても $x_{t+\epsilon}(0) \in \mathcal{J}$ のとき、式 (18) より $V(x_t)$ は非増加である。

(ii) $x_t(0) \in \mathcal{J}$ のとき、式 (18) より $V(x_t)$ は非増加である。

よって $V(x_t)$ の正定性より $t \rightarrow \infty$ のとき $V(x_t) \rightarrow c_\infty$ となる $c_\infty \geq 0$ が存在する. $c_\infty > 0$ と仮定すれば $V(x_t)$ の正定性より $d > 0$ が存在して

$$\forall t \geq 0, \|x_t\| \geq d \quad (19)$$

が成立する. 一方, $\forall t \geq 0, x_t \neq 0$ ならば十分長い t の区間において $\|\hat{x}\| \neq 0$ となる時刻が存在するため, 式 (17) より十分大きな有限時刻 t_1 において $V(x_t) < 0$ となり $V(x_t)$ の正定性に矛盾する. よって $c_\infty = 0$ であり, 式 (11) のシステムは $x_t = 0$ について漸近安定である.

さらに $V(x_t)$ は式 (16) から半径方向に非有界であり, c は任意に大きく選択可能である. よって式 (11) のシステムは $x_t = 0$ について大域的漸近安定である. ■

5. LMI アプローチによる漸近安定性の十分条件

定理 2

式 (11) のシステムを考える. ある $\tau_F, \tau_R \geq 0$ について以下の式を満たす $P > 0, Q > 0$ が存在すれば, 式 (6) の V が存在し定理 1 の条件を満たす.

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A + Q + \tau_F M & P A_d \\ A_d^T P & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$A_r^T P A_r - P - \tau_R M < 0 \quad (21)$$

証明

ある $\tau_F, \tau_R \geq 0$ に対し式 (20), (21) を満たす $P > 0, Q > 0$ が存在すると仮定する. すると正定な汎関数 (6) が存在する.

補題 1 の証明から, 式 (8) において $\lambda_1 := \lambda_{1\min}$, $\lambda_2 := \lambda_{2\max}$ とおけば, 式 (16) が満たされる. $x_t(0) \in \mathcal{F}$ のとき, 式 (13) の $\hat{x}$ を式 (20) の左右から掛けると以下が導かれる.

(i) $\hat{x} \neq 0$ のとき

$\lambda_3 > 0$ が存在して

$$\dot{V}(x_t) < -\tau_F x_t^T(0) M x_t(0) - \lambda_3 \|\hat{x}\|^2 \quad (22)$$

定義 2 より $x_t^T(0) M x_t(0) \geq 0$ であるから

$$\dot{V}(x_t) < -\lambda_3 \|\hat{x}\|^2, \quad \forall x_t(0) \in \mathcal{F} \quad (23)$$

(ii) $\hat{x} = 0$, すなわち $x_t(0) = 0 \in \mathcal{F}$ のとき

$$\dot{V}(x_t) = 0$$

以上の (i)(ii) より, 式 (17) が成立する.

式 (21) に対して左右から $x_t(0) \neq 0$ を掛ける, 以下の式が成立する.

$$\begin{aligned} & x_t^T(0) (A_r^T P A_r - P) x_t(0) \\ & - \tau_R x_t^T(0) M x_t(0) < 0 \end{aligned} \quad (24)$$

式 (11) のシステムにおけるジャンプ前後の V の差を考えると, $\forall \theta \in [-h, 0)$ において

$x_{t+}(\theta) = x_t(\theta)$ かつ $x_{t+}(0) = A_r x_t(0)$ より

$$\begin{aligned} & V(x_{t+}) - V(x_t) \\ &= x_{t+}^T(0) P x_{t+}(0) + \int_{-h}^0 x_t^T(\theta) Q x_t(\theta) d\theta \\ & \quad - \left\{ x_t^T(0) P x_t(0) + \int_{-h}^0 x_t^T(\theta) Q x_t(\theta) d\theta \right\} \\ &= x_{t+}^T(0) P x_{t+}(0) - x_t^T(0) P x_t(0) \\ &= x_t^T(0) (A_r^T P A_r - P) x_t(0) \end{aligned} \quad (25)$$

上式から式 (24) は以下と等価である.

$$V(x_{t+}) < V(x_t) + \tau_R x_t^T(0) M x_t(0) \quad (26)$$

$x_t(0) \neq 0 \in \mathcal{J}$ のとき,

定義 2 より $x_t^T(0) M x_t(0) \leq 0$ であるから

$$V(x_{t+}) < V(x_t), \quad \forall x_t(0) \neq 0 \in \mathcal{J} \quad (27)$$

さらに $x_t(0) = 0$ のとき, $x_{t+}(0) = x_t(0) = 0$ より $V(x_{t+}) = V(x_t)$ となり, 以上から式 (18) が満たされる. ■

6. 数値例

例として、図4のようなブロック線図で示されるシステムについて考える。

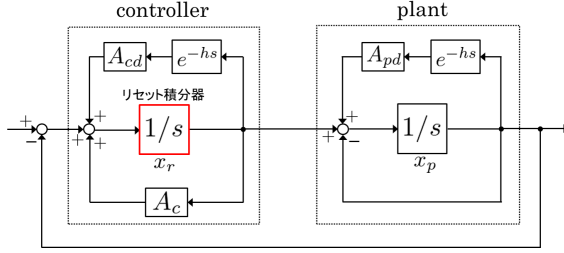


図4 ブロック線図

このとき、プラントの状態空間表現は以下のようになる。

$$\dot{x}_p = -x_p + x_r - A_{dp}x(t-h) \quad (28)$$

コントローラーの状態空間表現は以下のようになる。

$$\dot{x}_r = -A_c x_r - x_p - A_{cp}x_r(t-h) \quad (29)$$

式(28), 式(29)から

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ \dot{x}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & A_{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{pd} & 0 \\ 0 & A_{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t-h) \\ x_r(t-h) \end{bmatrix} \quad (30)$$

状態ベクトル x と係数行列 A , A_d を以下のようにおく。

$$x = \begin{bmatrix} x_p \\ x_r \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & A_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -2.6 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} A_{pd} & 0 \\ 0 & A_{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

また行列 A_r および仮定1を満たす M を次のようにおく。

$$A_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

以上の A, A_d, A_r, M について、定理2の式(20), (21)を満たす P, Q, τ_F, τ_R を求めれば、次のものが存在する。

$$\tau_F = 0.5755 \geq 0, \quad \tau_R = 0.4704 \geq 0 \quad (32)$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.2535 & 0.1189 \\ 0.1189 & 0.8665 \end{bmatrix} > 0,$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0957 & 0.0186 \\ 0.0186 & 2.0332 \end{bmatrix} > 0 \quad (33)$$

以上よりシステムは $x_t = 0$ まわりに漸近安定であることがわかる。

式(30)のシステムについて、むだ時間 $h = 2$, 初期関数 $\phi = [1, 1]^T, \forall t \in [-2, 0]$ とした場合の状態量 x の応答は図5, 図6のようになり, $x_t = 0$ まわりの漸近安定性が確認できる。

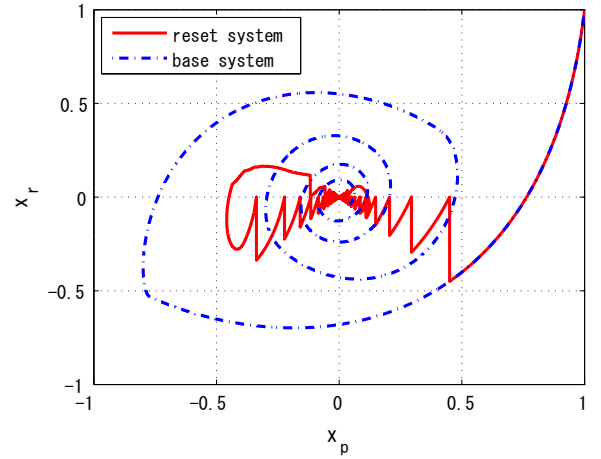


図5 状態空間での応答

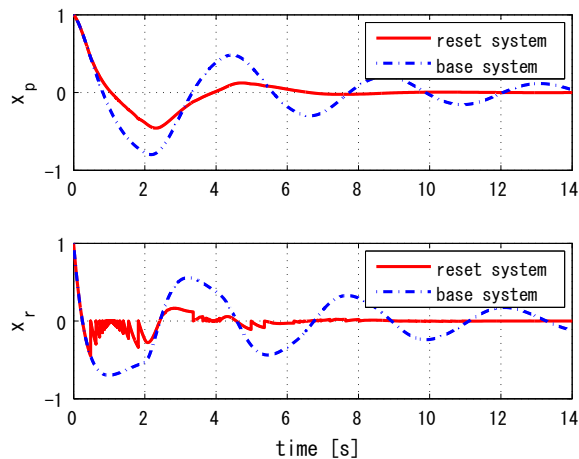


図6 時間応答

7. 結言

本研究では，むだ時間を持つ二次錐型リセットシステムについて考え，むだ時間に依存しない漸近安定条件を示した．またその十分条件をLMIアプローチより導出した．

今後はゼノ解および **beating** を回避するためにタイマー要素を導入し，時間正則化を行ったシステムの漸近安定条件について考えたい．

参考文献

- 1) Alfonso Banños and Antonio Barreiro, "Delay-Independent Stability of Reset System," *IEEE Trans. Automat. control*, vol.54, no.2, (2009) pp. 341-346,
- 2) D.Nesic, A.R.Teel and L.Zaccarian.*On necessarily and sufficient conditions for exponential and $\mathcal{L}_2$ stability of planer reset systems*. Proc. of ACC2008, 4140-4145, (2008)
- 3) 阿部直人，児島晃，むだ時間・分布定数系の制御，コロナ社(2007)
- 4) J. C. Clegg, "A nonlinear integrator for servomechnizms," *Trans. A.I.E.Em, Part II*, ,vol. 77,pp.41-42, 1958.
- 5) D. Nešić, L. Zaccarian, and A. R. Teel, "Stability properties of reset systems," in *Proc. 16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, July 3-8, 2005, [CD ROM].
- 6) O. Beker, C. V. Hollot, Y. Chait, and H. Han, "Fundamental properies of reset control systems," *Automatica*, vol.40, pp.905-915(2004)