

## 振り子を強制回転させるロボットアームの研究

### Design and Control of a Robot Arm for Revolving Pendulum

○八戸 洋城\* 土屋 幸男

○Hiroki Hachinohe, Yukio Tsuchiya

八戸工業高等専門学校専攻科 機械・電気システム工学専攻

Hachinohe National College of Technology

キーワード： 振り子(pendulum), 回転制御(rotating control), 第二アーム(secondary arm),  
シーケンサ制御(sequencer control), 強制振動(forced vibration)

連絡先： 〒039-1101 八戸市田面木字上野平 16-1 八戸工業高等専門学校

Tel : 0178-27-7280, E-mail : tsuchiya-e@hachinohe-ct.ac.jp

#### 1. はじめに

スイング動作を基本とする遊技マシンは、アミューズメントパークなどのアトラクション産業の主力商品である。この種のマシンの制御には、乗客に浮遊感やスリルを提供するため、車の加減速のような日常的にある制御ではなく、急激な加減速をする非日常的な制御が用いられる。

本研究は、モータ回転軸に取り付けたロボットアーム（第一アーム）を左右に 10 度以内で振動させ、このロボットアームの先端にある 360 度の回転が可能な振り子（第二アーム）を持続的に回転させるという非日常的な動作を行う装置の力学的解析及び、シミュレーションが主な目的である。なお、この原理に基づいたうえで、振り子の先端部にあたる部分に人を乗せるような遊技マシンは、今なお開発されていない。

第二アームを回転させる方法として、第二アームの回転軸を水平方向、鉛直方向に振動させる「余弦波駆動方式」が、第二アームを持続回転させるうえで有効であることが力学的にすでに証明され周知のことである。一方、この方式とは異なる「逆動作指令制御方式」<sup>[1]</sup>が 2006 年に提案され、さらにシーケンサでこの方式を実現した実験で、第二アームの持続回転が確認されている。逆

動作指令制御とは、第二アームが振れている角度の反対方向に第一アームを振らせることで第二アームに反動力を与え、第二アームを回転させる制御である。しかし、この逆動作指令制御の理論的な裏付けはまだなされていない。

そこで本研究では、ロボットアーム装置の物理的定数を調べ、力学的モデルを新たに構成、そして、第二アームの回転軸を水平方向に余弦波で振動させる余弦波駆動方式のシミュレーションモデルを作成した。その結果、第二アームが振動や逆回転をする条件、または一定方向へ回転を持続させるための条件を明らかにした。次に、余弦波駆動方式のシミュレーションモデルを基に、逆動作指令制御方式を用いた場合のモデルを作成し、これが実際の装置の動作をよく説明することを確認した。シミュレーションプログラムは Powersim 社の PSIM<sup>[2]</sup>を使用した。

#### 2. ロボットアーム装置

##### 2-1 装置の構成

装置の構成は図 1 の通りである。モータは専用のモータドライバで駆動され、その制御はシーケンサによって行う。第一アームの振れ角 $\theta_1$ の情報はレゾルバ、第二アームの振れ角 $\theta_2$ はエンコーダ

を使用してパルス数で計測し $\theta_1$ 、 $\theta_2$ のパルス数はシーケンサ内の高速カウンタでカウントする。回転判別回路では第二アームの位置情報を取り込み、回転方向、回転速度を判定する。また可変抵抗の出力電圧をシーケンサに取り込み、第一アームを振らせる電圧を可変する。加速度データは電圧で出力され、増幅回路を通してシーケンサに入力する。

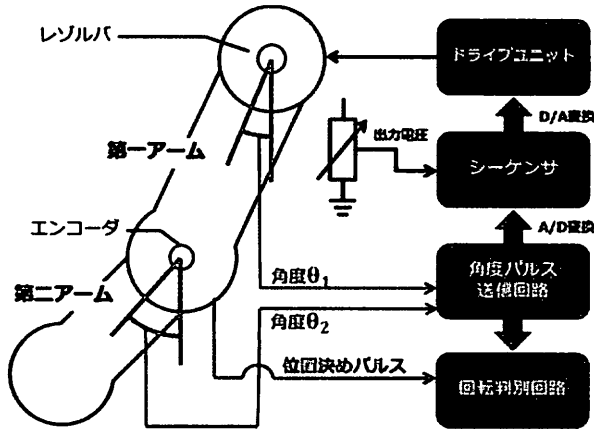


図1 装置構成図

## 2-2 アームの寸法、慣性モーメント

ロボットアーム装置の第一、第二アーム部の概形を図2に記す。まず、自由回転する第二アームの機械力学に基づくモデルを作成する。

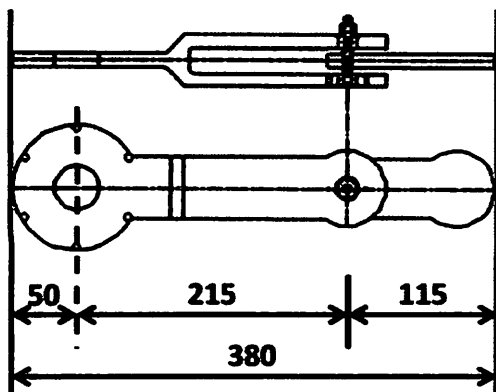


図2 第一アーム、第二アーム

必要な値として第二アームの回転軸から重心 G までの長さ L、質量 M、回転軸周りの慣性モーメント J を計算する。

$J_G$  を重心軸まわりの慣性モーメントとし、下記のように回転軸回りの慣性モーメント J を求める。第二アーム部の素材はアルミニウムであり、密度  $\rho = 2.71[g/cm^3]$  の値を使用した。

$$J = J_G + ML^2 \quad (1)$$

計算結果は下記の表のようになる。

表1 第二アームの特性

質量 M	0.172 [kg]
重心周りの慣性モーメント $J_G$	$274 \times 10^{-6}$ [kg · m <sup>2</sup> ]
長さ L	0.051 [m]
回転軸周りの慣性モーメント J	$722 \times 10^{-6}$ [kg · m <sup>2</sup> ]

## 3. 運動方程式

### 3-1 第一アームの振動と第二アームの回転

まず、このロボットアームの運動方程式について述べる。第一アームによる強制振動を考慮しなければ第二アームは剛体振り子であるから、この時の運動方程式は式(2)で表される。第二アームの角加速度を  $\ddot{\theta}_2$  [rad/s<sup>2</sup>] とする。

$$J\ddot{\theta}_2 + MgL \sin \theta_2 = 0 \quad (2)$$

一方、第二アームの回転軸をほぼ水平移動させることを考え、第一アームを角度  $\Delta\theta_1$  強制振動させると、このときの第一アームの強制振動振幅 A [m] は、

$$A = L_1 \sin \Delta\theta_1 = L_1 \cdot \Delta\theta_1 \quad (3)$$

一例として第一アームの長さを 215 [mm]、第一アームの振れ角を約 2 度 (0.0349 [rad]) とすると、第一アームの強制振動振幅 A [m] は以下のようになる。

$$A = L_1 \cdot \Delta\theta_1 = 215 \times 0.0349 \approx 8 [\text{mm}] \quad (4)$$

さらに、第二アームが運動する際に、空気抵抗や摩擦力が働く。それらによって運動が阻害されることを考慮し、「減衰係数 c」を導入する。角速度  $\dot{\theta}_2$  との積で表す力のモーメントを  $c\dot{\theta}_2$  とする。

以上の結果から、回転軸移動時の運動方程式を式(5)で表す。

$$J\ddot{\theta}_2 + c\dot{\theta}_2 + MgL \sin \theta_2 = MA\omega^2 L \cos \omega t \cos \theta_2 \quad (5)$$

左辺第二、第三項は、第二アームの回転を妨げる方向に働く負帰還部、右辺項は回転させるための力が働く正帰還部に相当する。

ここで第一アームの水平方向強制変位を $F(t)$ とすると $F(t) = A \cos \omega t$ であり、 $F(t)$ の加速度である $D(t) = -A\omega^2 \cos \omega t$ が第二アームに作用する。もしも第二アームを回転させる際に最も適した第一アームの振動軸中心があるとして、この第一アームの強制振動軸の鉛直線からの傾き角度を $\varphi$ [rad]とすると(図3参照)、

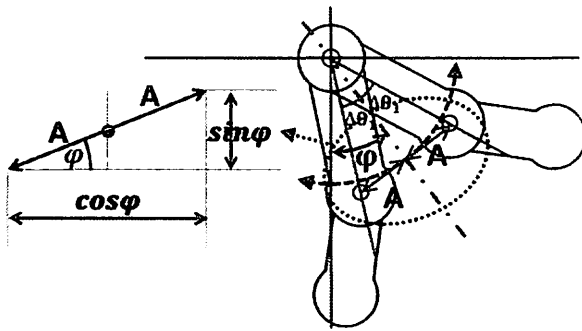


図3 振動軸の傾き角度 $\varphi$ を考慮した場合

運動方程式(5)は式(6)のように表される。

$$J\ddot{\theta}_2 + c\dot{\theta}_2 + ML \sin \theta_2 (g - A\omega^2 \cos \omega t \sin \varphi) = MA\omega^2 L \cos \omega t \cos \theta_2 \cos \varphi \quad (6)$$

### 3-2 第二アームの回転条件

ここでは、第二アームの回転について考える。まず、回転時のエネルギーの損失がなければ回転が持続することを考える。位置エネルギー=運動エネルギーで、第二アームの角初速度を $\dot{\theta}_{20}$ [rad/s]とすると以下の様になる。

$$2MgL_2 = \frac{1}{2} Mv_0^2$$

$$\omega_0 = \dot{\theta}_{20} = \frac{v_0}{L_2} = \sqrt{\frac{4G}{L_2}} = \sqrt{\frac{4MgL_2}{J}} \quad (7)$$

本研究で行う第二アームの回転条件は式(7)で計算すると約 21.93[rad/s]の角初速度が必要であり、空気抵抗や摩擦力を考えるとこの値以上の角初速度が必要となる。

## 4. シーケンサを用いた第二アームの回転制御

### 4-1 第二アームの回転起動

ここで、第一アームを強制振動させるシーケンサプログラムの回転起動時の動作について説明する。概要図を図4.1.1に示す。

まず、反時計回りの場合、第二アームの振れ角 $\theta_2$ に4つの区間を与え、それを4段階に分けて制御する。1段階として区間1(21°から39°)、2段階は区間2(39°から60°)、3段階は区間3(60°から90°)、そして4段階目は区間4(90°から144°)の範囲である。時計回りの場合も同様に、1段階は区間1(-21°から-39°)、2段階は区間2(-39°から-60°)、3段階は区間3(-60°から-90°)、そして4段階目は区間4(-90°から-144°)の範囲である。1段階から4段階まで、各3往復させることで徐々に第二アームの振幅を大きくする。これが「回転起動制御」の一連の流れである。また、その段階が進むと、その前の段階にはもどれないプログラムとしている。

シーケンサ制御ではこれらの振動状態の4段階を経て、速度と振れが大きくなり、第二アームは角初速度 $\dot{\theta}_0$ 以上の値を得て回転運動を始める。なお、安全のため、第一アームの強制振動角には-90°から90°の制限をしている。

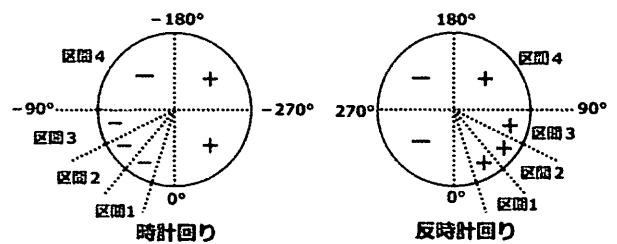


図4 逆動作指令制御の区間

### 4-2 逆動作指令制御

逆動作指令制御とは、第二アームの振れる角度と反対の方向に第一アームの強制振動を行うことにより第二アームを持続回転させる制御である。概略図を図5に示す。

まず、第二アームを回転運動させるために $\theta_2$ の角度状態信号を取り込み、第一アームの強制振動の制御信号として使用する。動作の流れとしては、まず第二アームの角度に関係なく一定の角度だけ反時計回りに第一アームを強制振動させるプ

プログラムを働かせる。それによって第二アームも振動する。この動作により得られた $\theta_2$ を基に、第一アームが $\theta_2$ を $0^\circ$ にするように強制振動させる。

結果、第二アームに反動が付き、振動が大きくなる。この反動を利用し、振動を繰り返すことで第二アームは強く降りあがる動作を見せ、やがて回転運動に移行する。振りあがり動作だけでなく、振り下ろし動作の時も同様に、第一アームが、第二アームの反対方向へ振動することによって、第二アームを回転させるための力が働く。つまり、余弦波駆動方式では、第二アームの回転軸を一定周期で振動させているだけなので、回転はするが、安定した持続回転は継続しない。この逆動作指令制御方式では、第二アームがどの位置にいるかを常に計測し、そのタイミングを計り、回転軸を振動させるため、第二アームの安定した持続回転を実現することができるのである。

すなわち、「縄跳び」で縄を持続回転させることと同じ原理である。

以上のことはシーケンサ制御では、 $-1\sim 1[V]$ の矩形波電圧をドライブユニットへの入力信号とし、第一アームが左右に振動することで実現する。この逆動作指令制御方式をシミュレーション上で行い、第二アームの回転による第一アームの振動の変化を再現する様子を後で述べる。

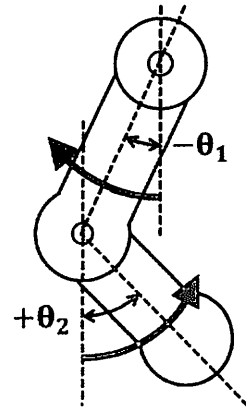


図5 逆動作指令制御

## 5. シミュレーション

### 5-1 余弦波駆動制御

ここでは、式(6)において第一アームの強制振動が余弦波振動であった場合の第二アームの回転のシミュレーション結果について述べる。

シミュレーション回路を図6、シミュレーション結果を図7に示す。本研究の目的である振り子の回転は第二アームの触れ角の時間変化を見ればよい。図6の回路では、右端の電圧計記号 $\text{V}$ で $\theta$ を見ることで第二アームの触れ角を確認することが出来る。

$\omega_0 = \dot{\theta}_0 = 21.93[\text{rad/s}]$ でシミュレーションした結果を図7(a)、 $\dot{\theta}_0 = 22[\text{rad/s}]$ の場合の結果を図7(b)に示す。

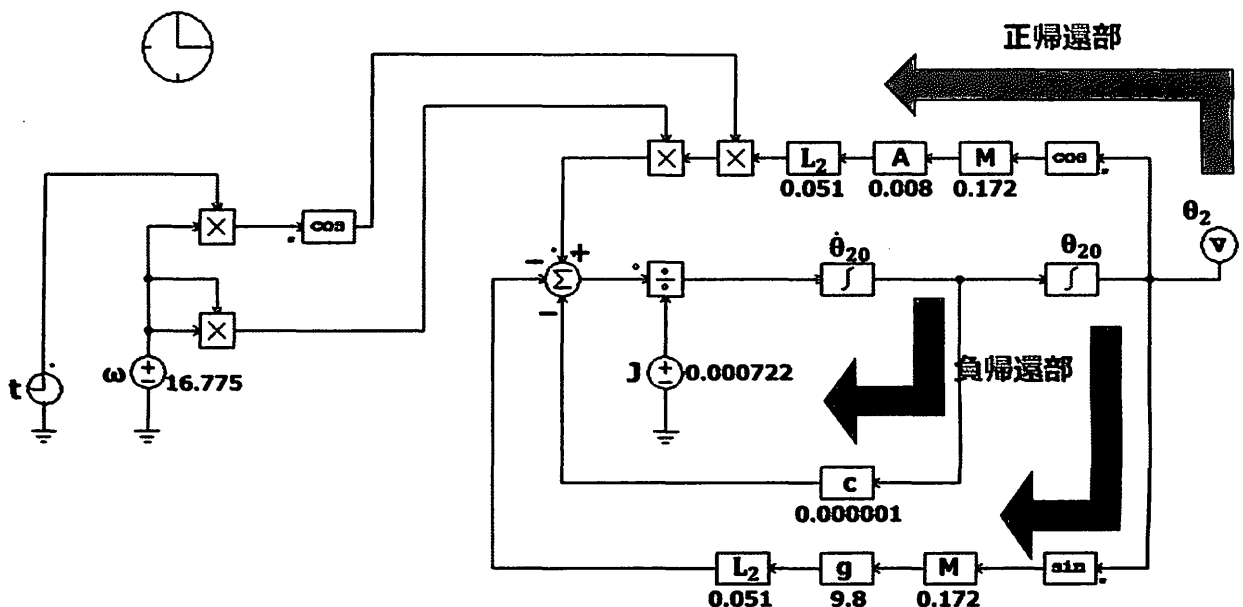


図6 回転軸が余弦波振動した場合のシミュレーション

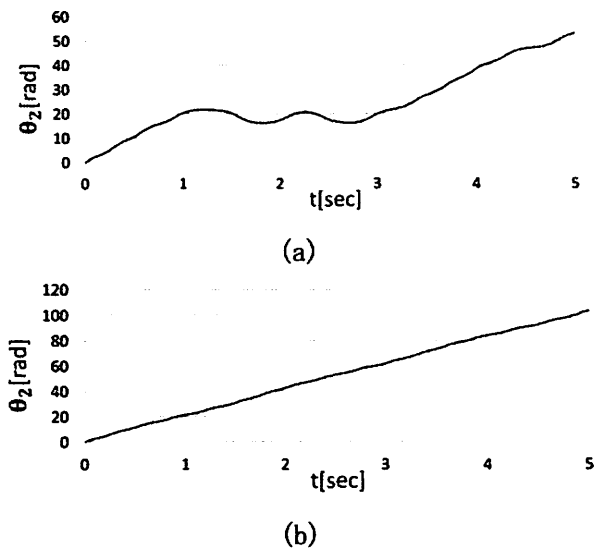


図7 回転軸が余弦波振動した場合

図7(a)の波形では初速度が持続回転限界にあるため減衰係数の効果が強く出て、停止、また逆回転を繰り返している。図7(b)では安定した一方向への持続回転をしていることがわかる。このことから、式(1)の、重力や減衰係数の項が角初速度を減衰させるため、 $\omega_0 = 21.93[\text{rad/s}]$ を超えて初めて回転することがわかる。すなわち、 $\omega_0 = 21.93[\text{rad/s}]$ は振り子が回転するために必要な初速度というだけでなく、回転状態と振動状態を分ける閾値としての意味もあるということになる。

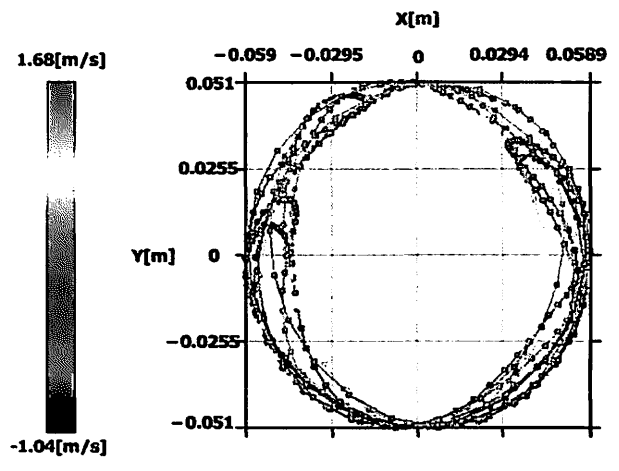
5-2 余弦波駆動制御時の第二アームの速度分布

ここでは、上記の、第二アームの回転軸が余弦波振動した場合の、第二アームの重心点の速度について述べる。図8(a)と(b)は式(6)で示す振動軸の傾き角度 $\varphi$ の角度条件を変えた場合の第二アームの速度分布である。これらは10[msec]毎に5[sec]の間、プロットしたものである。まず、 $\omega_0 = 21.93[\text{rad/s}]$ としている。図8(a)は、第二アームの回転軸を振動軸の傾き角度 $\varphi=0[\text{rad}]$ として余弦波振動させた場合で、(b)は $\varphi=0.349[\text{rad}]$ とした場合である。色は速度の違いを表す。なお、(a)では逆方向の回転であることに注意されたい。

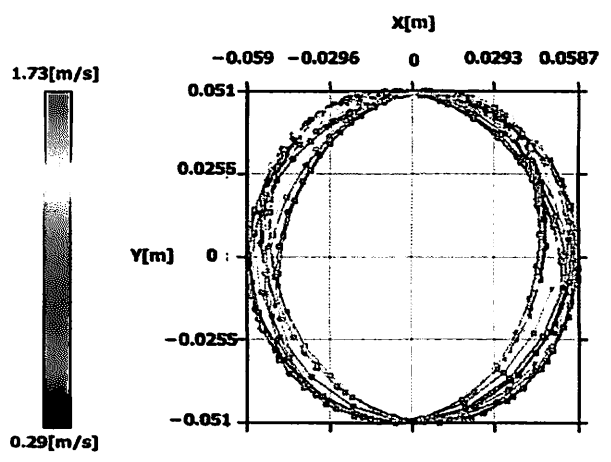
図8(a)を見ると、 $(X, Y)=(0, -0.051)$ 、最下端の位置で、青、赤の点が密になっている。このときの最高速度は1.68[m/s]、1.04[m/s] (逆回転)で速度に差がみられる。なお緑の点(0[m/s])は停止

し、続いて逆転が起きている。なお、これらの図ではXの変位域は-0.059[m]から0.0589[m]に収まる。この数値は第二アームの回転軸から重心までの長さ  $L=0.051[\text{m}]$ に、振幅  $A=0.008[\text{m}]$ を加えた値0.059に基づく。

次に図8(b)を見ると、最低速度は0.29[m/s]、最高速度は1.73[m/s]であり、第二アームは同一方向に持続回転をしていることが分かる。つまり、第一アームの振動軸が鉛直線上から傾いたことで、図8(a)の場合よりも安定した回転が得られている。実機を使用した実験結果でも、持続回転が起きている時は時間の経過とともにおよそ $\varphi=0.35[\text{rad}]$ に近づいている。



(a) 余弦波振動時の速度分布 ( $\varphi = 0[\text{rad}]$ )



(b) 余弦波振動時の速度分布 ( $\varphi = 0.349[\text{rad}]$ )

図8 余弦波駆動時の第二アーム速度分布

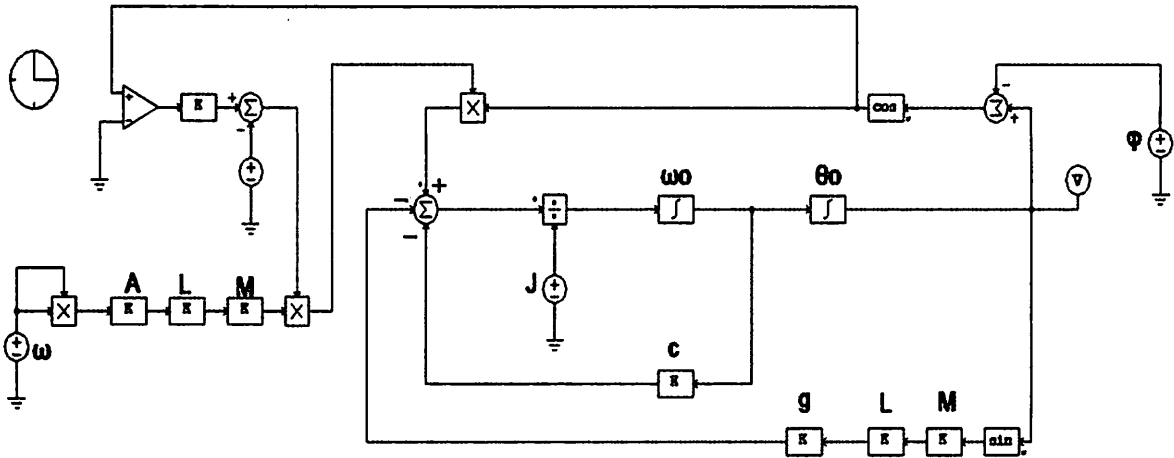


図9 逆動作指令制御のシミュレーション回路

### 5-3 逆動作指令制御

シーケンサを用いた逆動作指令制御は、矩形波信号によるトルク制御であり、これをシミュレーションする。図9はそのシミュレーション回路である。逆動作指令制御は、 $\cos \theta_2$ を計算し、その値の正負で矩形波信号（実機では強制トルクが第一アームに与えられる。）の正負が変わる制御としている。具体的には $\cos \theta_2$ を計算し、その値の正負をコンパレータで判別している。

図10はシミュレーション結果である。なお、ここでは $\varphi$ を0[rad]の場合である。この図では第二アームが一定方向への安定した持続回転をしているだけでなく、時間とともに回転速度の上昇がみられる。実機ではこのようなことは無いので厳密には減衰係数cの値を吟味しなければならない。

結果として、逆動作指令制御信号による複雑なロボットアームの強制振動の制御が可能になり、理論値に基づいた物理モデルのシミュレーションと、シーケンサプログラムの実際の動作との間で整合性を図れることを確認した。

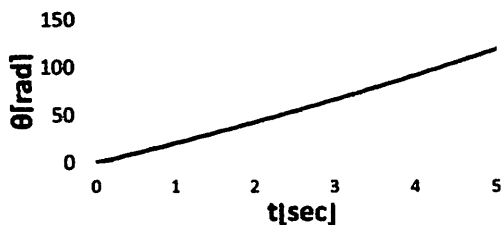


図10 逆動作指令制御のシミュレーション結果

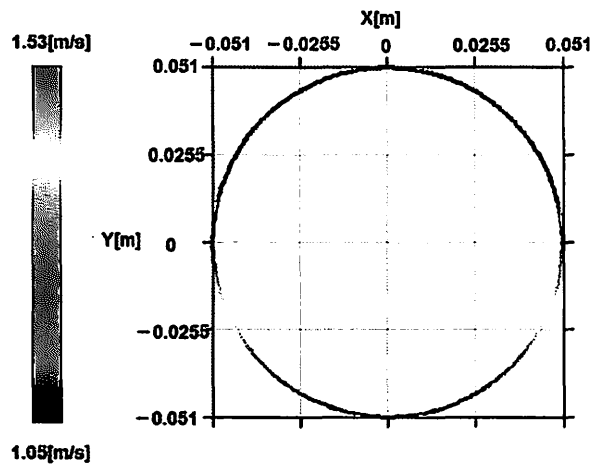
### 5-4 逆動作指令制御時の第二アームの速度分布

図11(a)は単純な剛体振り子の場合、図11(b)は逆動作指令制御を用いた場合の速度分布図である。速度は色で表現しており、赤が最速、青が最遅であり、第二アームの回転は反時計方向を正としている。

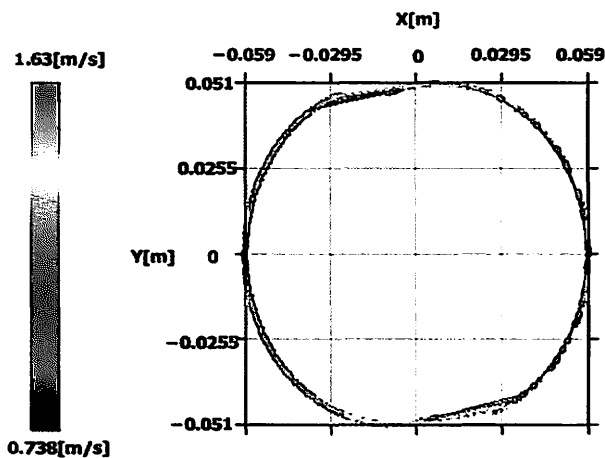
図11(a)では、第二アームの最高位置( $Y=0.051$ [m])で最低速度1.05[m/s]、第二アームの最低位置( $Y=-0.051$ [m])で最高速度1.53[m/s]である。

図11(b)では、 $(X, Y)=(0.059, 0)$ では最高速度1.63[m/s]、 $(X, Y)=(-0.059, 0)$ では最低速度0.738[m/s]となっている。通常の物理的な条件下においては、エネルギー保存の法則に従い、図11(a)の様に、最下端で最速になるのであるが、図11(b)では、その場合とは全く異なる。これは、逆動作指令制御により、第二アームにかかる重力加速度よりも大きな加速度を第一アームが加えているためである。

図11(a)と(b)を比較すると、後者の速度の位相が約 $90^\circ$ 遅れている。これは、逆動作指令制御によるものであることが分かる。つまり、この制御の本質は、速度の位相を遅らせるという所にある。



(a) 剛体振り子



(b) 逆動作指令制御

図 11 第二アーム速度分布

## 6. 逆動作指令制御の実際

### 6-1 第二アームの回転立ち上げ時の出力信号

図 12 に第二アームの回転立ち上げ時の逆動作指令制御の出力信号を示す。回転立ち上げ時や、減衰係数の影響で回転するための力が低下した時のような不安定な回転の時、逆動作指令制御信号は生じた周期のずれを直し安定回転へ移ろうとするため、図 12 の様な一定の周波数ではない信号になる。この図 12 から、第二アームの角度によって周波数が変化する矩形波信号でのトルク制御が確実に行われていることがわかる。

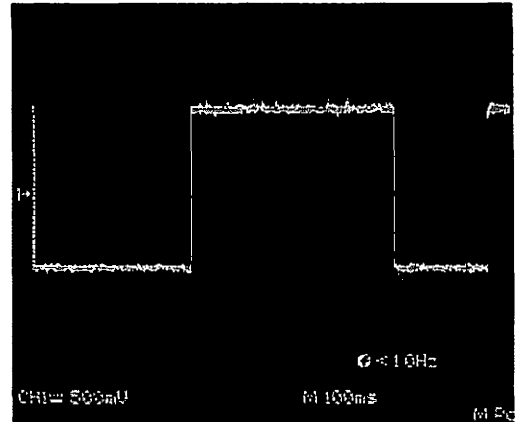


図 12 不安定回転時の逆動作指令制御信号

### 6-2 第二アームの安定回転時の出力信号

上述したように、逆動作指令制御信号は矩形波であり、図 13 は理想的ともいえる安定回転時の逆動作指令制御信号である。図 13 を見る通り、一周期約 400[msec]、周波数  $f=2.5$ [Hz]である。安定回転時は、第二アームの回転に乱れがなく、ほぼ同一の角速度で回転していることがわかる。

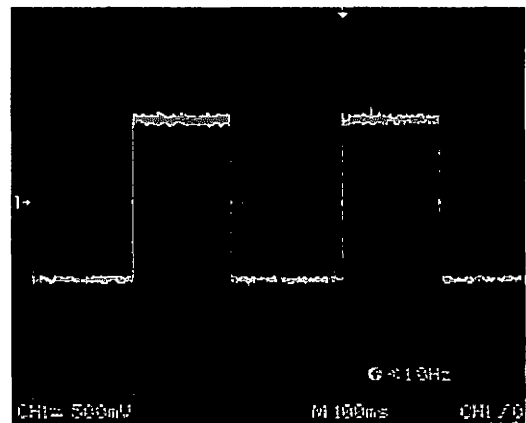


図 13 安定回転時の逆動作指令制御信号

## 7. 総括

本研究では、ロボットアーム装置の力学的モデルを作成し、第二アームを持続回転させるための第一アームの制御方式である「余弦波駆動方式」、「逆動作指令制御方式」のシミュレーションを行い、特に逆動作指令制御については、実際の装置の動作との比較を行った。

余弦波駆動方式のシミュレーションにおいては、第二アームが回転をせずに振動する状態、回

転方向が変化する状態、また一定方向への安定した持続回転をする状態の3つの状態があり、それらは初期条件である第二アームの角初速度によって決まることが明らかとなった。

逆動作指令制御方式においては、この制御方式が有効であることはすでに知られていたが、この制御方式をシミュレーション上で再現できることと、そのシミュレーション結果が実際の動作をよく説明することを確認した。

この二つの制御方式をシミュレーションすることで、二つの知見を得ることができた。一つ目は、第二アームの最高速度が現れる回転位置は、前者では第二アームが最下端、後者では最下端から回転方向へ約90度遅れた位置に発生するということである。二つ目は、振り子、すなわち第二アームの持続回転は、重力加速度に直行する可制御加速度を適正なタイミングと大きさで第二アームに付加する、つまり第二アームの回転軸を振動させることで可能になるということである。

本研究では複雑な急加減速を行うロボットアームの制御方式の一つとして、逆動作指令制御の有効性を示した。本研究は、遊技マシンのような安全を保障しなければならない急加減速を取り扱うマシンの動作解析に応用することができる。

## 参考文献

---

[1] 浅坂悠太、土屋幸男：「2重振り子の第2アームの回転制御」、計測自動制御学会東北支部、229-1、(2006.6.9)

[2] PSIM ([www.powersimtech.com](http://www.powersimtech.com))、PowerSim社