計測自動制御学会東北支部 第 284 回研究集会 (2013.11.8)
資料番号 284-4

両端バネ付棒の回転移動による走行の制御と数値解析

Control and Numerical Analysis of Both Sides Spring Stick

○山本紘也, 成瀬継太郎

○ Hiroya Yamamoto, Keitaro Naruse

会津大学

University of Aizu

キーワード： 受動走行 (passive dynamic running), ばね振り子 (spring pendulum), 線形化 (linearization), フィードバック制御 (feedback control), ヤコビ行列 (Jacobi matrix), 安定性 (stablity)

連絡先： 〒 965-0005 福島県会津若松市一箕町亀賀字藤原 105 レオパレスせせらぎ 105 号室
会津大学大学院 コンピュータ理工学研究科 コンピュータ・情報システム学専攻 画像処理学講座
山本紘也 Tel.: 090-8252-4902, E-mail: `s1160234@gmail.com`

1. はじめに

近年多くの 2 足歩行ロボットが開発され、特に受動歩行という歩行手法が注目されている。受動歩行は重力と初速度のみでゆるやかな傾斜の坂を歩行可能なため、エネルギー効率が非常に良い。さらに受動歩行ロボットの歩行は他の手法の 2 足歩行ロボットより自然な歩容をすることが特徴である。受動歩行は McGeer[1] によって提唱された。そして Simplest Walking Model は Garcia[2] によって開発された受動歩行の特別なクラスであり、その特性が解析的に明らかにされている。スリンキーという玩具も 1 種の 1 リンク受動歩行器と言うことができる。

ここから発展した受動走行という原理がある。これは重力の力を利用して走行を実現する手法である。これまでに走行ロボットはいくつか開発されてきているが、そのほとんどが制御に多くのエネルギーを必要としていた。また従来の受動走行ロボットは走行が不安定で、その特性は未だに解析的には明らかにされていない。

リムレスホイール [3] という車輪型の走行器も開発されている。実機ベースの研究が多く、シミュレーションによる数値的なアプローチをしているものは少ない。これは歩行に比べ走行は接地期・浮遊期の状態が変わっていくので難しいことが理由だと考えられる。

我々の最終的な目的は、より安定して走る制御付き準受動走行ロボットの作成である。そのために本論文ではモデルを簡略化した 1 リンクの受動走行モデルを作成する。1 リンクの受動走行器は名古屋工業大学の佐野ら [4] によって実機ベースでの研究が行われている。そのままでは歩容が不安定であるので受動走行の原理に基づく制御を加える。なるべく制御のエネルギーを抑え、目標値に近づけるような制御を加える。その際、線形化したシステムを用いてフィードバックゲインを決定する。このモデルの走行の様子を数値的に解析し歩容の性質を明らかとする。またヤコビ行列の固有値による安定性の検

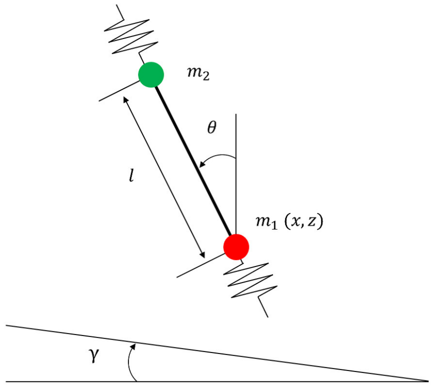

図１　：１リンクモデル-浮遊期

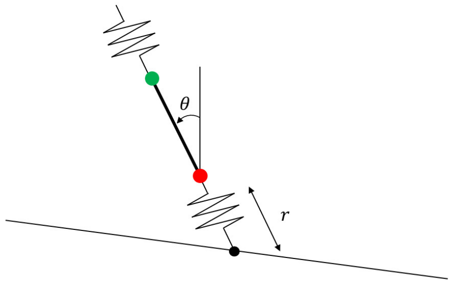

図２　：１リンクモデル-接地期

証も行う。

2.　１リンクモデル

本論文で使用するモデルを図１に示す。このモデルは両端に m_1, m_2 の質量、リンク長 l を持つ。更に両端の質点の先に質量のないバネがついている。また斜面の角度を γ とし、$m_1 = m_2$ とする。両端の質点がどちらも斜面に接していない時を浮遊期、どちらかが斜面に接している時を接地期と呼ぶ。この浮遊期と接地期を繰り返しながら回転移動していく。接地期を図２に示す。このバネには質量がないものを仮定しているので、浮遊期の運動に影響はない。

2.1　運動方程式

本論文では浮遊期と接地期の運動方程式を用いた。浮遊期の運動方程式を（1）から（4）に示す。それぞれ M_f が質量項、H_f が非線形項、G_f が重力項、τ_f が制御項となる。浮遊期は制御を加えないので $\tau_f = 0$ となる。

$$M_f(\theta_f)\ddot{\theta}_f + H_f(\theta_f, \dot{\theta}_f) + G_f(\theta_f) = \tau_f. \quad (1)$$

$$M_f(\theta_f) = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & m_2 l cos\theta \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_2 l sin\theta \\ m_2 l cos\theta & -m_2 sin\theta & m_2 l^2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

$$H_f(\theta_f, \dot{\theta}_f) = \begin{bmatrix} -m_2 l \dot{\theta} sin\theta \\ -m_2 l \dot{\theta} cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$$G_f(\theta_f) = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 + m_2 \\ -m_2 sin\theta \end{bmatrix} g, \quad \tau_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

ここで $\theta_f = [x, z, \theta]^T$ である。
両端の質点の先のバネ先のどちらかが接地した時、このモデルは接地期に入る。接地期の運動方程式を（5）から（10）に示す。

$$M_c(\theta_c)\ddot{\theta}_c + H_c(\theta_c, \dot{\theta}_c) + G_c(\theta_c) + E_c(r) = \tau_c. \quad (5)$$

$$M_c(\theta_c) = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & r^2(m_1 + m_2) + m_2 l^2 + 2 m_2 r l \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$$H_c(\theta_c, \dot{\theta}_c) = \begin{bmatrix} -(m_2 l + m_1 r + m_2 r)\dot{\theta}^2 \\ 2(m_2 l + m_1 r + m_2 r)\dot{r}\dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$$G_c(\theta_c) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)cos\theta \\ (m_1 l + m_1 r + m_2 r)sin\theta \end{bmatrix} g. \quad (8)$$

$$E_c(r_c) = \begin{bmatrix} -d + r \\ 0 \end{bmatrix} k. \quad (9)$$

$$\tau_c = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

ここで $\theta_c = [r, \theta]^T, k =$ バネ係数$, d =$ バネの自然長 である。E_c はバネの項を表している。

2.2　制御

受動走行の原理に基づき、なるべく少ないエネルギーで制御をする。そのために、制御をかける期間を限定する。今回は接地期している僅かな間に制御をかける。接地角が毎回異なっていても制御で離脱角を目標値に近づけることにより、周期解の実現を果たす。さらに加える力を減少させるために離脱時ではなく斜面に対して直角となるタイミングまでを制御期間とする。この斜面に対して直角となるタイミングを中立期と呼ぶ。中立期を過ぎた後は制御を加えず、受動的に回転していく。制御期と非制御期、中立期をまとめたものを図 3 に示す。中立期の状態を $r_m, \dot{r}_m, \theta_m, \dot{\theta}_m$ と表す。中立期ではバネ方向の伸縮速度は 0、リンクは斜面に対して直角なので $\dot{r}_m = 0, \theta_m = \gamma$ とする。この 2 つは自動的に決まるので残りの $r_m, \dot{\theta}_m$ を任意に定めて制御を行っていく。本研究ではこの考えに基づき、状態フィードバック制御を行う。式（11）,（12）に制御式を示す。

$$u_1 = k_{rd}(\dot{r}_m - \dot{r}) + k_r(r_m - r). \tag{11}$$

$$u_2 = k_{\theta d}(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}) + k_\theta(\theta_m - \theta). \tag{12}$$

なおここで $k_{rd}, k_r, k_{\theta d}, k_\theta$ は制御ゲインを表す。現在の値と目標値との差分をとり足りない力を補う、または余分な力を抑制する働きがある。

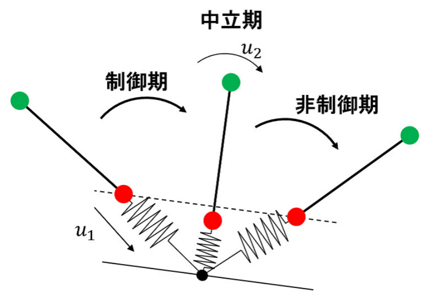

図 3　：制御期・非制御期

2.3　線形化

先程述べたように目標値と現在の値の差分をとって比例的に制御をかけていく状態フィードバック制御を行っていくが、今回のモデルは非線形の系なので線形化したシステムを用いてフィードバックゲインを決定する。今回は $\theta = 0$ まわりでの線形化を行う。何故ならば、接地期はおよそ $\theta = 0$ になっているだろうと予測できるからである。よって $sin\theta = \theta, cos\theta = 1, \dot{\theta}^2 = 0$ として運動方程式を書き直して制御を加える。

3.　予備実験

3.1　シミュレーション準備

予備実験として初めに平地で制御を加えていないものに関して、つまり $\gamma = 0, u_1 = u_2 = 0$ の時のものに関して計算機シミュレーションを行った。初期パラメータを表 1 に示し、その他のパラメータは表 2 に示す。

3.2　スティック線図

図 4 に走行の様子を表すスティック線図を示す。この図は 2 歩目から 3 歩目を 0.01 秒刻みで出力したものである。これは我々が提案したモデルが物理的に妥当なもので、制御のない状態でも数歩走行できることを表している。

表 1　：初期パラメータ

x	$\dot{x}$	z	$\dot{z}$	θ	$\dot{\theta}$
1.0	2.0 [m/s]	0.5	-5.5407 [m/s]	-0.261799 [rad]	7.0 [rad/s]

表 2　：ロボットモデルパラメータ

m_1	m_2	l	γ	k	d
15.0 [kg]	15.0 [kg]	1.0 [m]	0.0 [rad]	1000000	0.04 [m]

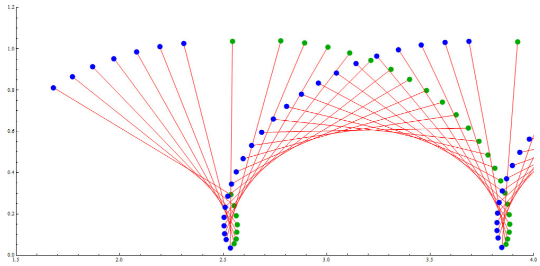

図 4　：スティック線図

3.3　質点の軌跡

質点の軌跡を図 5 に示す。破線が m_1, 実線が m_2 を表す。接地の瞬間を見てみるとおおよそ垂直に接地していることがわかる。このことから $\theta = 0$ まわりでの線形化は有用であると言える。

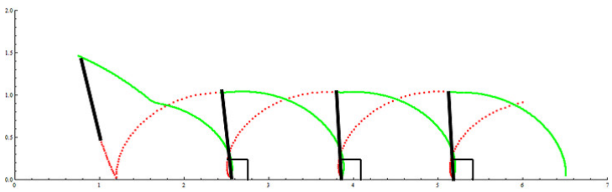

図 5　：質点の軌跡

3.4　各速度の遷移

各速度 $\dot{x}, \dot{z}, \dot{\theta}$ の遷移を図 6,7,8 に示す。
縦軸はそれぞれの速度 $[m/s]$ または $[rad/s]$ を表し、横軸は時間 t を表す。今回は約 1 秒のところまで回転移動をした。1 秒のところまで見てみると概ね周期的になっていることが分かる。しかし微細なズレが生じていて必ず毎回同じ値

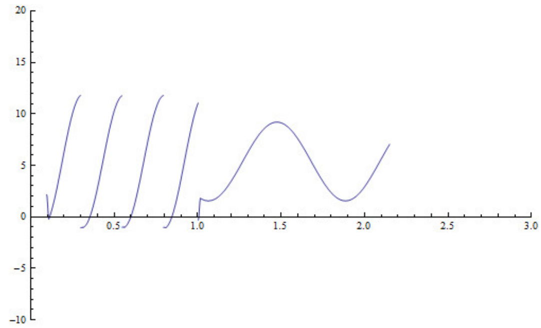

図 6　：並進方向の速度 $\dot{x}$

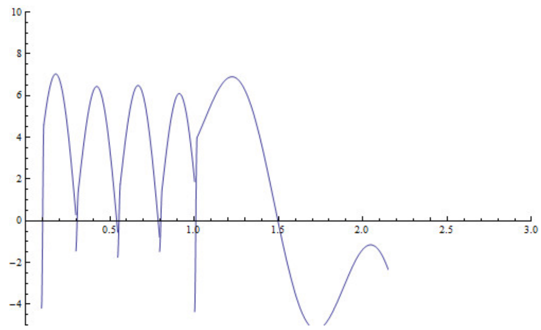

図 7　：鉛直方向の速度 $\dot{z}$

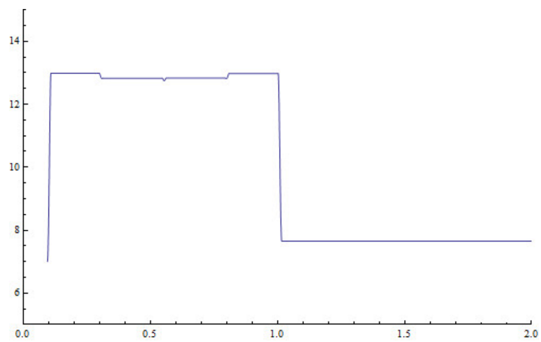

図 8　：回転方向の速度 $\dot{\theta}$

にはなっていない。これが不安定の原因になっている。やはり毎回同じ値にするような制御が必要である。

3.5　安定性

本論文では安定性を線形近似し数値的に求めたヤコビ行列の固有値を見ることによって検証する。この線形近似した運動の系を式（13）に示す。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(n+1) \\ \dot{z}(n+1) \\ \dot{\theta}(n+1) \end{pmatrix} = [JacobiMatrix] \begin{pmatrix} \dot{x}(n) \\ \dot{z}(n) \\ \dot{\theta}(n) \end{pmatrix}. \tag{13}$$

n 歩目と n+1 歩目の値の差異を調べ、それを数値計算してヤコビ行列を求める。このヤコビ行列の固有値が収束していけば n 歩目と n+1 歩目の差異がなくなる、つまり毎回同じ歩容になり走行が安定する。今回の予備実験でのヤコビ行列は (14) のようになった。

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & -0.8036 & 1.0273 \\ 5.8827 \times 10^{-7} & 9.3553 & -0.0800 \\ 1.4379 \times 10^{-8} & 0.1130 & 1.0272 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

このヤコビ行列の固有値は

$$\begin{pmatrix} 9.3542 \\ 1.0283 \\ 1.0000 \end{pmatrix}. \tag{15}$$

となった。全て実部のみで虚部が出なかったので振動はしていないことが分かる。また全ての絶対値が 1 よりも小さければ収束し安定となるが、今回は全て 1 以上の値となったので不安定な系だと判断することができる。やはりこのままでは不安定なので制御が必要であることが分かる。

4.　議論

予備実験から、接地は予測通り $\theta = 0$ あたりになっていた。線形近似したヤコビ行列の固有値を見ると、系は不安定であることが分かった。制御なしでもある程度の周期解は求められそうだが、系が不安定であるので求めるのは困難だと判断した。周期解を求めるにはやはり制御を用いて毎回理想的な状態に持っていく必要がある。

5.　まとめと今後

今回は制御を導入する前の予備調査といった立ち位置の論文となった。1 リンク受動走行器をモデル化し、制御なしの状態でのシミュレーションを行った。また制御アイディア・手法を考案した。

今後はまず、提案した制御を導入するために予備実験から適切な目標値を定める。運動方程式を $\theta = 0$ まわりで線形化し状態フィードバック制御を実装する。その結果周期解が求められ、安定性について検証していく。

参考文献

1) T. McGeer: “Passive Dynamic Walking,” The International Journal of Robotics Research, Vol. 9, No. 2, Massachusetts Institute of Technology, pp. 62-82, 1990.

2) M. Garcia et al.: “The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling,” Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 120, No. 281, 1998.

3) 池俣吉人, 佐野明人 et al.: “バネ付きリムレスホイールによる受動走行の基礎的研究,“ 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 76, No. 09-1029, pp. 140-146, 2010

4) 宮本裕貴, 佐野明人 et al.: “起こし回転型受動走行の平衡点とその安定性,“ The Japan Society of Mechanical Engineers, 2P1-C12, 2009