

**減速機の伝達効率の評価****Estimation of gear efficiency in reduction gears**

- 湯川 俊浩\*, 佐藤 晴希\*, 高橋 拓也\*, 江刺家 哲朗\*\*, 金子 昌晴\*\*
- T. Yukawa, H. Sato\*, T. Takahashi\*, T. Esashika\*\*, M. Kaneko\*\*

\*岩手大学工学部機械システム工学科

\*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Iwate University

\*\*岩手大学工学系技術室

\*\*Division of Technical Support, Iwate University

**Key words** : 伝達効率 (Transmission Efficiency) , 同定 (Identification) , 評価 (Estimation) ,  
無段変速機 (Continuously Variable Transmission) , 四節リンク機構 (Four Bar Linkage) ,  
てこ・クランク機構 (Lever-Crank Mechanism)

連絡先 : 〒020-8551 盛岡市上田4-3-5 岩手大学工学部機械システム工学科

TEL : 019-621-6403, FAX : 019-621-6403, E-mail : yukawat@iwate-u.ac.jp

**1 緒言**

減速機の性能として重要な指標は、伝達効率、耐久性等であり、ギヤのバックラッシュ等も重要視されている。これらは様々なギヤの配置や構造と減速比にも関与している。減速機の伝達効率を測定する装置として、現在、様々な計測器が開発されている。その中で一般的なトルク計測器は、回転軸のねじれやひずみ特性を利用しており、計測できるトルクの大きさには限界がある。この手法は回転軸の動特性が考慮されるため、被測定対象である減速機の伝達トルクの大きさに見合ったセンシング仕様を正確に選定する必要がある。

本研究では、同定法を利用して減速機のトルク伝達効率を求めるために、減速機とモータの物理パラメータを推定する。事前にパラメータ同定をおこなった二つの DC モータを減速機の入出力軸に取り付け、各々のモータの電流値と角速度を測定しながら、減速機のトルク伝達効率を算出するシステムを構築する。

DC モータ内に流れる電流値と発生トルクは一般的に比例関係にある。したがって、DC モータを用いてトルク伝達効率を求めるために、従来は無負荷時のモータの電流値、および静止時のモータのトルクと電流値を用いて、トルクと電流値の比例定数を算出し、双方のモータの発生トルクを比較することにより、トルク伝達効率を求めていた。しかしながら、DC モータには整流子がついており、電流値は位相毎に多少変動があり、一時的に電流が流れない状態もある。よって、動的なトルクと静止状態におけるトルクの測定値は、理論値と比べ、多少差があると考えられる。

したがって、本研究はモータのダイナミクスが含まれている実測値からパラメータ同定をおこなうことにより、トルクと電流値の比例定数を導き出し、従来法よりも、精度の高いトルク伝達効率を測定す

ることを試みる。

そして本研究では、従来型のサイクロ減速機や著者らが開発した無段変速機を被測定対象の例とし、測定システムを構築し、実験によって有効性を評価する。

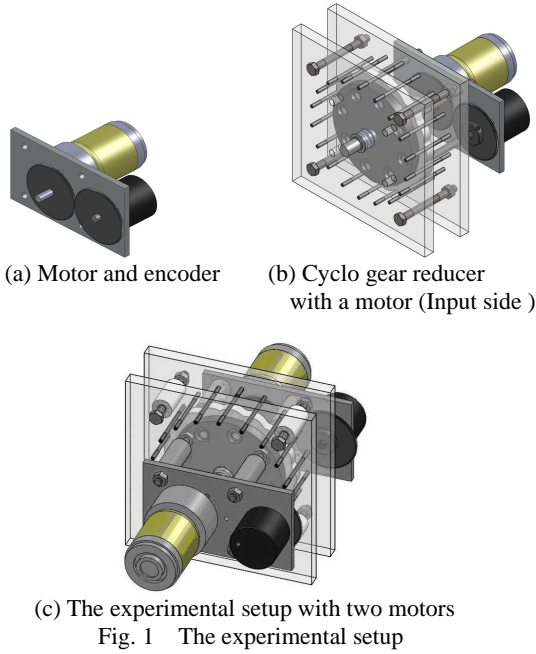
**2 トルク伝達効率の測定システム****2.1 測定システムの概要**

トルク伝達効率測定システムの構築方法について概要を述べる。まず、モータをモデル化するため、状態方程式を導出する。モデルの状態方程式の入出力関係と、実際に得られる入出力データを比較し、これらの時系列データの誤差が最小となるようなモデルのシステム行列を導出する。得られたシステム行列をもとに、トルク定数を推定する。これらの推定を二つのモータに対しておこなう。つぎに、この二つのモータを減速機の入出力軸に取り付け、二つのモータを駆動させる。双方のモータのパラメータを基に、出力トルクを算出することにより、減速機の入出力軸に作用するトルクを求め、入出力のモータの出力トルクを比較し、トルク伝達効率を求める。

**2.2 実験装置**

サイクロ減速機の入出力関係を測定する装置を図1に示す。モータから平歯車とカップリングを介してエンコーダを取り付け、回転角度を測定する(図1(a))。伝達効率を測定する装置(図1(c))には、減速機(図1(b))の出力軸に、もう一つ、出力側として用いるモータ(図1(a))が取り付けられている。

本研究で提案する伝達効率測定手法は、一般の減速機に対して適用することができる。例えば、サイクロ減速機以外では、著者らが提案している、リンク機構を用いた無段変速機<sup>1,2)</sup>の入出力特性を求める場合にも、本システムは適用可能である。



### 2.3 モータのモデル化

モータの発生トルクは、モータに流れる電流に比例するため、電流  $i(t)$  と発生トルク  $T(t)$  の関係は、トルク定数  $K_t$  を用いて、次のように表される<sup>3)</sup>。

$$T(t) = K_t i(t) \quad (1)$$

モータの運動方程式は、モータの内部慣性モーメント  $J$ 、粘性摩擦係数  $D$ 、ねじりばね定数  $C$  を用いて、ロータの回転角度を  $\theta$  とすることにより、次のように表される。

$$J \ddot{\theta}(t) + D \dot{\theta}(t) + C \theta(t) = T(t) \quad (2)$$

(2) 式より、状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C}{J} & -\frac{D}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} T(t) \quad (3)$$

と表される。さらに (3) 式は

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4)$$

と表すことができる。ここで

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C}{J} & -\frac{D}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}, u(t) = T(t)$$

である。トルク定数  $K_t$  は時不変であるとする

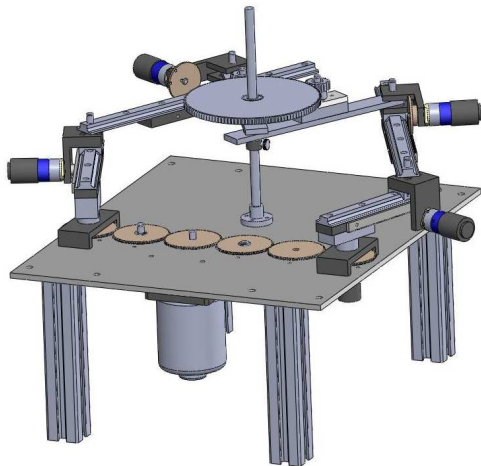


Fig. 2 Another gear reducer

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \tilde{B} \tilde{u}(t) \quad (5)$$

と表すことができる。このとき  $\tilde{B}$  と  $\tilde{u}(t)$  は

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J} \end{bmatrix}, \tilde{u}(t) = i(t)$$

である。

### 2.4 モータの同定法

状態方程式の式誤差に基づく同定法<sup>4,5)</sup>を用いて、(4) 式中のシステム行列  $A$  と入力行列  $B$  を決定する方法を以下に述べる。

モータの回転角、および角速度の実測値  $\theta_d(t)$ 、 $\dot{\theta}_d(t)$  からなる状態ベクトルを  $x_d(t) = [\theta_d(t) \ \dot{\theta}_d(t)]^T$  とし、入力を  $u_d(t)$  とすると、 $x_d(t)$  と  $u_d(t)$  を (4) 式に代入したときの誤差  $d(t)$  は

$$d(t) = \dot{x}_d(t) - \{Ax_d(t) + Bu_d(t)\} \quad (6)$$

となる。この誤差に対し、次の二次評価関数

$$J_d = \int_0^t d^T(t) d(t) dt \quad (7)$$

を最小化する  $A_e$  と  $B_e$  は次式を満たす必要がある。

$$\begin{aligned} A_e \int_0^t x_d(t) x_d^T(t) dt + B_e \int_0^t u_d(t) x_d^T(t) dt \\ = \int_0^t \dot{x}_d(t) x_d^T(t) dt \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A_e \int_0^t x_d(t) u_d^T(t) dt + B_e \int_0^t u_d(t) u_d^T(t) dt \\ = \int_0^t \dot{x}_d(t) u_d^T(t) dt \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\int_0^t x_d(t) x_d^T(t) dt$ 、 $\int_0^t u_d(t) u_d^T(t) dt$  の行列は正則でなければならない。最終的に、 $A_e$ 、 $B_e$  のパラメータは次式から求められる。

$$[A_e \ B_e] = [Q_1 \ Q_2] \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (10)$$

ここで

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_0^t \dot{x}_d(t) x_d^T(t) dt, \quad Q_2 = \int_0^t \dot{x}_d(t) u_d^T(t) dt, \\ Q_{11} &= \int_0^t x_d(t) x_d^T(t) dt, \quad Q_{12} = \int_0^t x_d(t) u_d^T(t) dt, \\ Q_{22} &= \int_0^t u_d(t) u_d^T(t) dt \end{aligned}$$

である。

### 2.5 モータのトルク定数の推定

同定法を用いて、モータの未知パラメータであるトルク定数  $K_t$  を求める。

単体で駆動させたときのモータの電流値  $\tilde{i}(t)$ 、角速度  $\dot{\theta}(t)$  を測定する。測定した電流値を入力  $\tilde{u}(t) (= \tilde{i}(t))$  とし、(5)~(10) 式に基づいて得られるシステム行列を  $\tilde{A}$ 、入力行列を  $\tilde{B}$  とし、 $\tilde{B} = [\tilde{b}_1 \ \tilde{b}_2]^T$  とすると、 $\tilde{b}_2$  は前節 2.3 より

$$\tilde{b}_2 = \frac{K_t}{J} \quad (11)$$

と求められる。

つぎに、既知である慣性モーメント  $\hat{J}$  の負荷をモータの出力軸に取り付ける。これにより、モータの運動方程式 ((2) 式) は次のように変化する。

$$T(t) = (J + \hat{j})\ddot{\theta}(t) + D\dot{\theta}(t) + C\theta(t) \quad (12)$$

この状態方程式は、(1) 式と同様に

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C}{J+\hat{j}} & -\frac{D}{J+\hat{j}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J+\hat{j}} \end{bmatrix} i(t) \quad (13)$$

と表され、さらに

$$\dot{x}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}u(t) \quad (14)$$

と表される。ここで、

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C}{J+\hat{j}} & -\frac{D}{J+\hat{j}} \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J+\hat{j}} \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}, u(t) = i(t)$$

である。慣性負荷  $\hat{j}$  が付加された系のモータの電流値  $\hat{i}(t)$  と角速度  $\hat{\dot{\theta}}(t)$  を測定する。得られた電流値  $\hat{i}(t)$  を入力  $\hat{u}(t) (= \hat{i}(t))$  とし、慣性負荷系に対して同定法をおこなう。入力行列を  $\hat{B} = [\hat{b}_1 \ \hat{b}_2]^T$  とすると、 $\hat{b}_2$  は

$$\hat{b}_2 = \frac{K_t}{J+\hat{j}} \quad (15)$$

と表される。(11) 式を(15) 式に代入すると、

$$\hat{b}_2 = \frac{K_t}{\tilde{b}_2 + \hat{j}} \quad (16)$$

となる。これをトルク定数  $K_t$  について整理すると、

$$K_t = \frac{\tilde{b}_2 \hat{b}_2}{\hat{b}_2 - \tilde{b}_2} \hat{j} \quad (17)$$

となる。

以上の方法を用いて同定された入力側のモータのトルク定数を  $K_{in}$ 、出力側のモータのトルク定数を  $K_{out}$  とする。

## 2.6 減速機のトルク伝達効率の算出法

減速機のトルク伝達効率を求める際、入出力側双方のモータが回転すると、出力側モータが減速機の出力軸に負荷を与え、同時に入力側モータに対する負荷トルクが変化し、入力側モータの電流値も変化する。一方、出力側モータが負荷を与えているということは、作用反作用の関係により、出力側モータも減速機の出力軸からの負荷トルクを受けていることになり、出力側のモータの電流値も変化する。このように、エネルギー変換が双方向に働いており、逆起電力定数はトルク定数と同等であるとし、また、電流とトルクの関係は、回転速度がゼロの場合でも成り立っていることに注意する。

ここで、入力側モータと出力側モータの電流の定常値に対する変化量をそれぞれ  $\Delta i_{in}$ 、 $\Delta i_{out}$  とすると、減速比が  $n$  のとき、トルク伝達効率  $\eta$  は次式で得られる。

$$\eta = \frac{K_{out} \Delta i_{out}}{n K_{in} \Delta i_{in}} \quad (18)$$

## 3 実験

### 3.1 実験概要

前節 2.5 で述べた方法を用いて、モータのトルク定数を同定する。

減速機のトルク伝達効率を求める実験に用いるシ

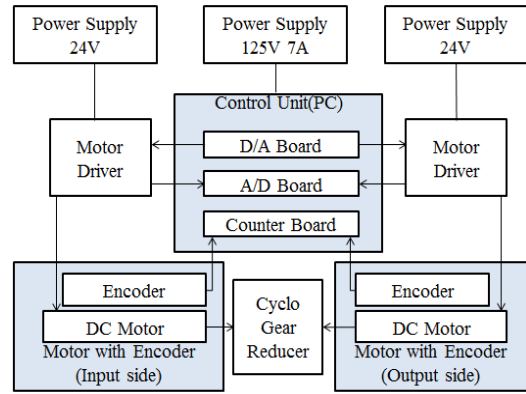


Fig. 3 System configuration to identify torque efficiency of gear reducer

ステムを図3 に示し、モータ単体のトルク定数を求めるシステムを図4 に示す。PC (AthlonII X3 450, Windows7 32 bit) にインストールした Visual Studio 2010 の C++言語でプログラムを組み、D/A ボード (PCI-3329, インターフェース社) を介してモータドライバ (JW-143-2, Okatech) へ 0~5 [V] の指令電圧を与えて、モータ (82800502, Crouzet, 24 [V], 4,000 [rpm]) を速度制御する。そして、カウンタボード (PCI-6201, インターフェース社) を用いて、ロータリーエンコーダ (CB-2500LC, ライン精機, 分解能 2,500 [ppr]) により回転数を四通倍した値を読み取る。モータ電流値をモータドライバ電流値として測定するため、モータドライバの電流検出端子から出力電圧値を取得して、A/D ボード (PCI-3166, インターフェース社) を介して電流値を算出する。ドライバの出力電圧値はモータに流れる電流の値に比例した電圧値を出力している。

Visual Studio 2010 上でプログラミングして実験で取得したモータの電流値と回転角のデータを用いて、数値解析ソフトウェア Octave 上で同定計算をおこなった。サンプリングインターバルを  $\Delta t = 15$  [ms] とし、モータドライバへの指令電圧、モータに流れる電流値  $\tilde{i}(t)$  [A]、モータの回転角  $\tilde{\theta}(t)$  [rad] を取得する。モータの停止状態から計測を開始し、任意の時間内におけるサンプリング回数分のデータを取得する。これを一回分の測定とする。このとき、システム同定としては白色雑音状の入力電流を与えるのが理想であるが、後述 (4章) の無

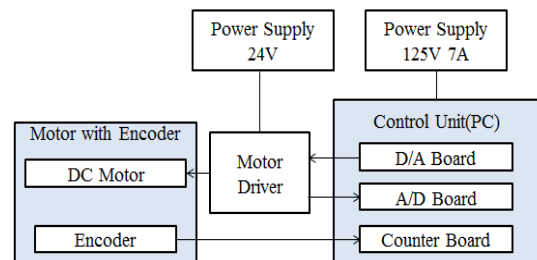


Fig. 4 System configuration for identifying torque constant of motor

負荷時電流による影響を考慮し、モータが正転のみするように、指令電圧を出力する。モータのトルク定数を求める単体試験と、トルク伝達効率を測定する試験とを同じ条件で比較するために、また、重力成分による影響を受けないように、実験装置はモータの回転軸が地面に垂直になるように固定する。

モータの回転角  $\tilde{\theta}(t)$  [rad] は  $\Delta t$  [ms] 毎の変位とし、 $\Delta t$  は十分に小さいことから、角速度  $\dot{\tilde{\theta}}(t)$  と角加速度  $\ddot{\tilde{\theta}}(t)$  はそれぞれオイラー法による近似微分、 $\dot{\tilde{\theta}}(t) = (\tilde{\theta}(t + \Delta t) - \tilde{\theta}(t)) / \Delta t$ ,  $\ddot{\tilde{\theta}}(t) = (\dot{\tilde{\theta}}(t + \Delta t) - \dot{\tilde{\theta}}(t)) / \Delta t$  とする。

### 3.2 実験内容

慣性負荷として慣性モーメントが  $1.00699 \times 10^{-5}$  [kgm<sup>2</sup>] の円板を二つ使用してトルク定数  $K_t$  を求める。無負荷状態で回転数を測定した後、慣性負荷を取り付けて回転数を測定した。取得データ数は 100 とし、これを五回繰り返した。

無負荷時におけるモータの電流値、角速度、角加速度のステップ応答をそれぞれ図5、図6、図7に示す。これらの実験によって得られた  $-C/J$  と  $-C/(J+\hat{J})$ ,  $-D/J$  と  $-D/(J+\hat{J})$ ,  $K_t/J$  と  $K_t/(J+\hat{J})$  の値をそれぞれ図8、図9、図10に示す。実験により求められたトルク定数  $K_t$  の値を図11に示す。

モータの仕様書のトルク定数の値が  $0.0527$  [Nm/A] であるのに対し、実験で得られたトルク定数  $K_t$  は  $89 \sim 100$  [%] の値をとった。

### 3.3 実験結果

今回の実験において、トルク定数  $K_t$  はモータの仕様書に比べ、低い値をとる場合が多くみられた。この原因は無負荷時電流に起因すると考えられる。無負荷時でモータが定常状態にあるときは、モータの内部で消費される電流があり、出力トルクが  $0$  [Nm] であるにも関わらず、モータの電流値は  $0$  [A] になっていない。この電流を無負荷時電流というが、このとき、モータの出力トルクが  $0$  [Nm] であるため、トルク定数  $K_t$  は非常に小さい値をとる。

今回の実験において、図5 からわかるように、 $300$  [ms] 付近から微小振動はしているものの定常状態に入っていることがわかる。したがって、同定結果に無負荷時電流が生じているときの影響もトルク定数に加味されていると考えられ、実際のトルク定数よりも低い値をとったということが推測される。したがって、トルク定数  $K_t$  を正確に見積もるためには無負荷時電流の影響を小さくする必要がある。

定格電圧  $24$  [V] でモータを回転させたとき、モータの仕様では角速度は  $419.9$  [rad/s] となっている。今回、定格電圧  $20$  [V] でモータドライバを動作させたときの角速度は約  $330$  [rad/s] となった (図6)。定常状態でも、角速度が安定せず、振動している理由は、モータ自体のコギングトルクが主な原因と考えられる。

## 4 無負荷時電流の処理

### 4.1 計算による処理

無負荷時電流の影響を少なくするため、前節 3.2 の実験によって測定された電流値と、無負荷時電流との差を利用して同定をおこなう。

五回の繰り返しによる実験で測定された無負荷時電流の平均値を無負荷時電流値とした。前節 3.2 の実験回数毎の無負荷時電流を図12に示す。これらの無負荷時電流を、それぞれ無負荷時、慣性負荷がある場合の二つの電流値から差し引いて、前節 2.5 の方法によって、トルク定数  $K_t$  を求めた。その結果を図13に示す。得られたトルク定数  $K_t$  は、モータ仕様書の値の  $102 \sim 119$  [%] となった。

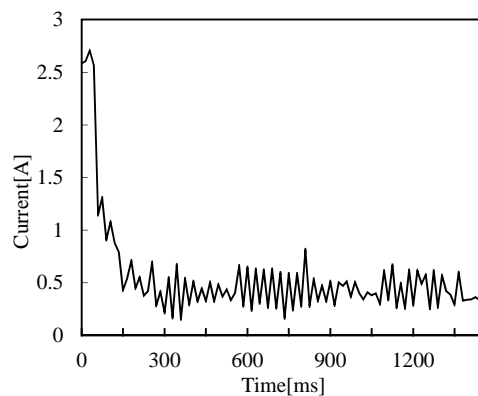


Fig. 5 Current in motor

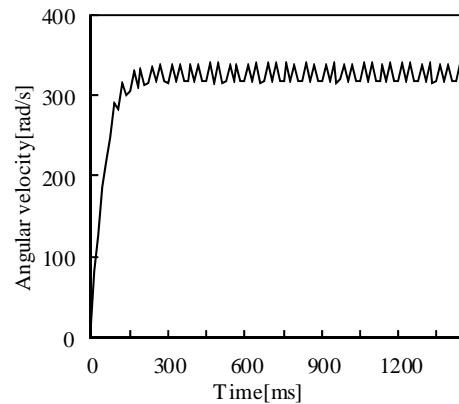


Fig. 6 Angular velocity of motor

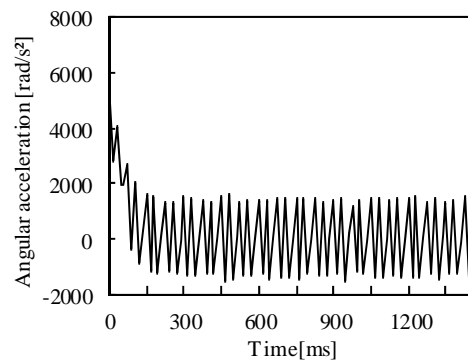


Fig. 7 Angular acceleration of motor

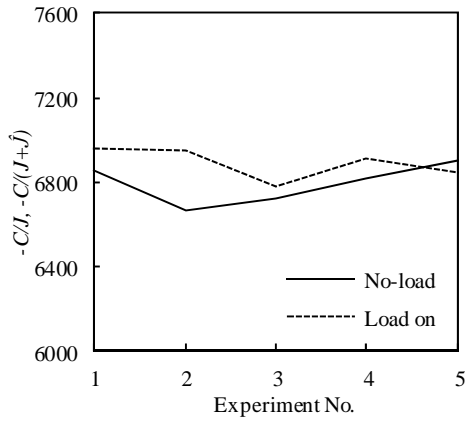


Fig. 8 The values of  $-C/J$  and  $-C/(J+\hat{J})$

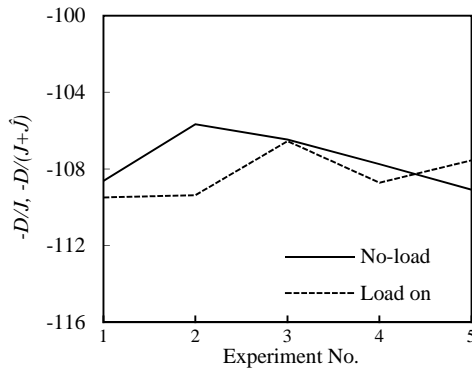


Fig. 9 The values of  $-D/J$  and  $-D/(J+\hat{J})$

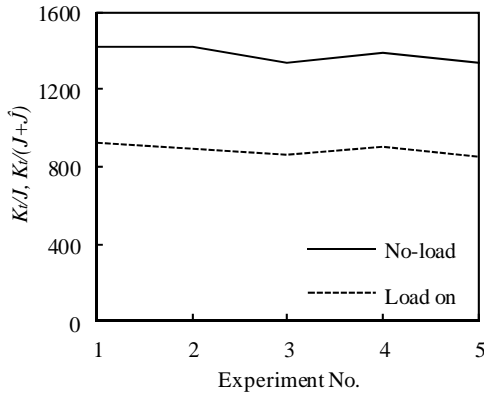


Fig. 10 The values of  $K_i/J$  and  $K_i/(J+\hat{J})$

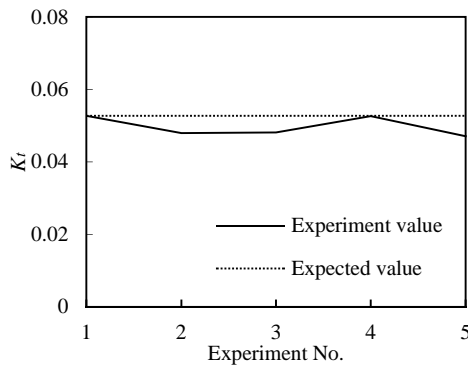


Fig. 11 Torque constant

#### 4.2 減速機トルク伝達効率の妥当性

無負荷時電流を考慮した場合、モータの製品仕様書で提示された値よりも全体的に高い数値をとった。

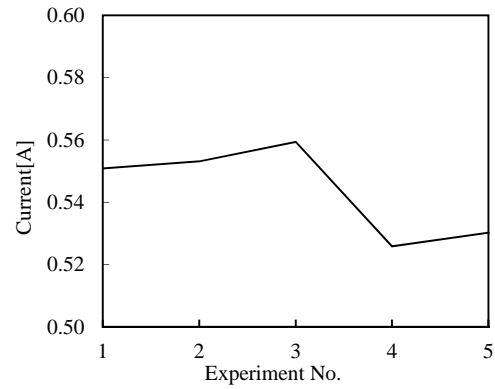


Fig. 12 No-load Current of motor

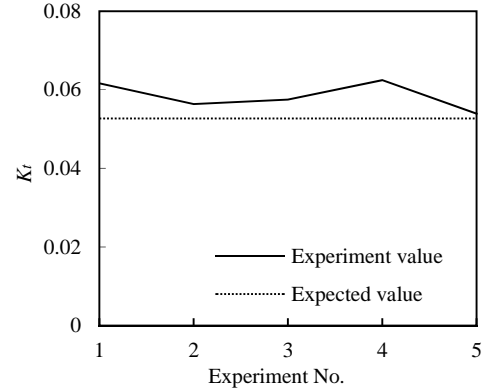


Fig. 13 Torque constant  
(No-load current is considered)

また、無負荷時電流の処理の有無に関わらず、モータの仕様書に近い値をとったことから、モータのトルク定数は同定可能であるといえる。そして、入出力側モータの各々の  $K_{in}$ 、 $K_{out}$  の値を(18)式に代入することで、トルク伝達効率が得られる。今後、より正確にトルク伝達効率を求めるには、理論、システム、実験方法、共に改善の余地がある。

#### 5 結言

本論文は、サイクロ減速機や無段変速機等のトルク伝達効率を求めるために、同定法によりトルク定数を求めたモータを用いて、トルク伝達効率を測定する方法を提案した。実際にモータのトルク定数の同定をおこなった。今後は、減速機の伝達効率の精度を評価し、減速機のダイナミクスの考慮が必要か検討し、本手法の有効性を確認する予定である。

#### 参考文献

- 1) T. Yukawa, T. Takahashi, Yuki Satoh and Shuzo Ohshima, "Combined-Type Continuous Variable Transmission with Quadric Crank Chains and One-Way Clutches", J. of Computer Technology and Application, pp. 649-656, ISSN 1934-7340, Vol. 3, No. 10, 2012.
- 2) T. Yukawa, T. Kumada, G. Obinata: "Continuously Variable Transmission Using Quadric Crank Chains", 2010IEEE INDIN, 10431048, 2010.
- 3) 見守尚志ら, 新ブラシレスモータ — システム設計の実際, 118, (2000), 総合電子出版社
- 4) 相良節夫ら, システム同定, (1987), 社) 計測自動制御学会
- 5) 大日方五郎ら, 制御システム設計 — コントローラの低次元化一, (1999), (株)朝倉書店