

## ガイド波による骨密度測定で用いる

### 線形多孔質モデルが適用可能な空隙率の検討

# Investigation of porosity suitable for the linear porous model used for bone density estimation with guided waves

○小野聡 齊藤玄敏

Satoshi Ono, Hiroyuki Saitou

弘前大学大学院

Hirosaki Univ

キーワード： ガイド波(Guided wave), アレイ信号処理(Array signal processing), 速度分散(Dispersion), 多孔質体(Porous solid), センブランス解析(Semblance analysis), 最尤推定法(Maximum likelihood estimation)

連絡先： 〒036-8561 青森県弘前市文京町 3 番地 弘前大学大学院 理工学研究科

齊藤玄敏, E-mail: saitoh@hirosaki-u.ac.jp

## 1. 緒言

近年、平均寿命が延びたことや生活習慣の変化により、骨粗鬆症患者は増加傾向にある。この予防にはまめに検査を受信することで早期に症状の進行度を把握することが必要となる。

超音波骨密度測定の利点は、計測装置が軽量・安価、操作に専門的技術を必要としない、大人数に対する頻繁な検査に適している、などがある。

一般的な超音波骨密度検査法は踵骨にパルスを透過させる方式で、骨内伝搬速度を計測し、それを指標に骨密度をデータベースから割り出す。問題点としては、計測波形が 1 波形のみで、波形の立ち上がりを正確に同定することが難しいこと、また、実体波は高密度領域を選択的に伝播するため、骨密度の低下を正しくとらえることが出来ないこと、などが挙げられる。

この問題を解決するために、我々の研究室ではガイド波を用いた新たな骨密度検査法の開発に取り組んでいる<sup>1)2)</sup>。ガイド波は物理境界によって形

成された導波路に沿って、長手方向に減衰することなく伝播する特性を持っている。また境界から 1 波長程度の深さの力学的性質を反映することから、皮膚近くに存在する骨であれば、その特性を評価することが出来ると思われる。

ただし、ガイド波には速度分散性があるため、速度を正確に測定するためにはアレイ計測を行う必要がある。このため、測定部にはセンサを展開するのに十分な大きさが求められる。本研究では測定部として下腿脛骨部を想定している。皮膚や脂肪などの生体組織が他の場所より薄いため測定部位として適していると考えられる。

齊藤ら<sup>2)</sup>は空隙率の異なる同一素材の多孔質材料を用いて、空隙率の違いによるガイド波の速度分散性を調べ、その特性から多孔質丸棒の実体波速度を推定し、試料の密度推定を行った。この研究から空隙率が 50%を超えると密度推定に大きな誤差が生じることがわかった。この原因として、線形多孔質モデルの適用限界とせん断波速度の推

定誤差が考えられる。

本研究では、多孔質材料の圧縮波とせん断波の計測と速度推定を行い、すべて実測した圧縮波、せん断波速度、密度から試料の弾性係数を算出する。また、線形多孔質モデルにおける縦弾性係数と剛性率間の比例定数を算出し、線形多孔質モデルの適用限界について確認する。

## 2. 解析方法

本研究では速度解析法として、周波数センブランス法(FSM)と最尤推定法(MLM)を用いる。

センブランス法は、加算平均波形のエネルギーと各波形エネルギーの平均値と比が最大になる位相速度を検索する方法である。センブランス値は次式で定義されている。

$$S(\tau, p) = \frac{\sum_{t=\tau+pZ_k}^{\tau+pZ_k+T} \left( \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t, Z_k) \right)^2}{N \sum_{t=\tau+pZ_k}^{\tau+pZ_k+T} \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t, Z_k)^2} \quad (1)$$

ここに、 $p$ は位相速度の逆数、 $t$ は時刻、 $\tau$ は計算開始時刻、 $N$ は波形データ数、 $k$ は波形の番号、 $z_k$ は送受信機間距離、 $T$ は解析窓の幅、 $x_k(t, z_k)$ は波形データを表す。一方、センブランスの周波数表現は次式で与えられる。

$$\delta(\omega, \tau, p) = e^+(\omega, p)R^{-1}(\omega, \tau, p)e(\omega, p)$$

ここに、

$$R(\omega, \tau, p) = X(\omega, \tau, p)X^+(\omega, \tau, p)$$

$$X(\omega, \tau, p) = \begin{bmatrix} X_0(\omega, \tau, p) \\ \vdots \\ X_{N-1}(\omega, \tau, p) \end{bmatrix}$$

$$e(\omega, \tau, p) = \begin{bmatrix} e^{j\omega p Z_0} \\ \vdots \\ e^{j\omega p Z_{N-1}} \end{bmatrix}$$

$X_{N-1}(\omega, \tau, p)$ は解析窓で切り出した波形のフーリエスペクトル、 $e^{j\omega p Z_{N-1}}$ は位相補正項、 $+$ はエルミート行列を表す。

次に最尤推定法について説明をする。計測データに対して、あるパラメータ値が得られる確率を尤度とみなし、尤度が最大になるようなパラメータを探索する方法である<sup>3)</sup>。  $R(\omega, \tau, p)$ を式(2)として周波数センブランス法と同様の解法で行う。

$$R(\omega, \tau, p) = \left\{ \prod_{j=1}^M \hat{R}_{ij}(\omega, \tau, p) \right\}^{1/M} \times \left[ \frac{\hat{R}_{ij}(\omega, \tau, p)}{\hat{R}_{ii}(\omega, \tau, p)^{1/2} \hat{R}_{jj}(\omega, \tau, p)^{1/2}} \right] \quad (2)$$

## 3. 計測実験

実際に使用する試料に圧縮波・せん断波を入射し波形を計測する。計測に使用した試料にはソリッドリジッドポリウレタンフォームを使用した。この素材は96.0~99.0%に細かな独立気泡を一様を含んでいる。空隙率の異なる3種類(56.5%,42.0%,27.5%)の試料を用意した。寸法が縦4cm×横4cmで長さが2cm, 3cm, 4cm, 5cm, 6cm, 7cm, 8cmの長方体である。これに周期2 $\mu$ sの両振れの矩形波を入射信号として、試料に伝播させ、計測に使用する試料の長さを変えて、各空隙率につき7本の波形を取得した。実験の様子をFig.1に示す。

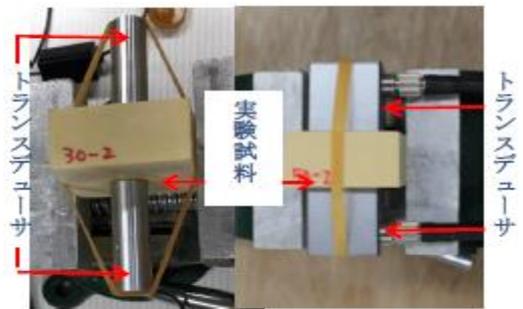


Fig.1 超音波トランスデューサ及び実験試料 (左：圧縮波計測時、右：せん断波計測時)

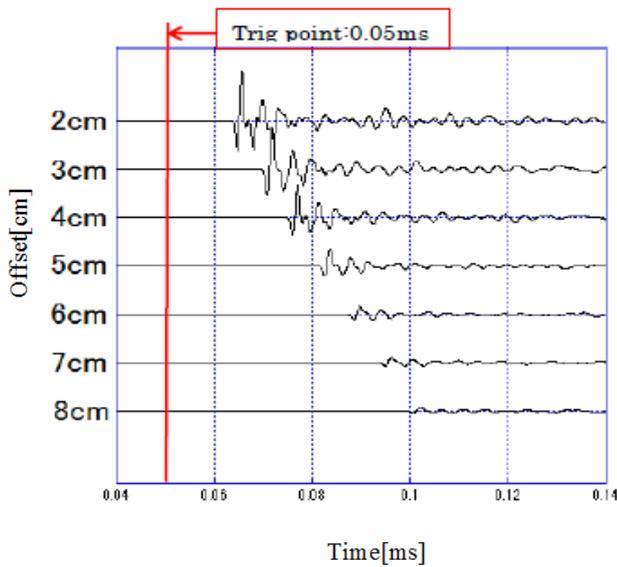


Fig.2 計測波形(圧縮波)  
(空隙率: 42.0%, パルス幅: 2 $\mu$ s)

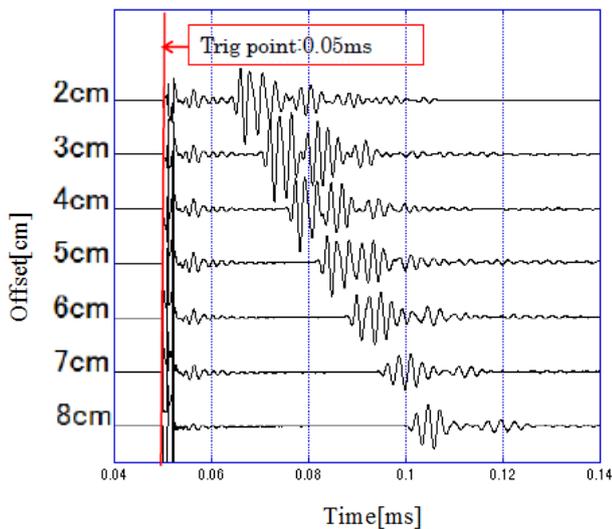


Fig.3 計測波形(せん断波)  
(空隙率: 42.0%, パルス幅: 2[ $\mu$ s])

計測した圧縮波を Fig.2 に, せん断波を Fig. 3 に示す.

ガイド波についても計測実験を行い, 波形データを取得した. ソリッドリジッドポリウレタンフォームの中実丸棒にパルス幅 10[ $\mu$ s]の方形パルスを入力信号として, 発振点から 100~150[mm]離れた位置でセンサの位置を 10[mm] ずつずらして, 6本の波形を取得した. (Fig.4)

圧縮波速度の推定には試料長さ 2~8cm の波形データを, せん断波速度の推定には試料長さ 2~4cm の波形データを用い, 周波数センブランス法と最尤推定法により速度を推定した. Fig5~8 に解析結果を示す. 縦軸速度, 横軸周波数として表示をしている. 白い領域はセンブランス値が高く, 黒い領域はセンブランス値が低い. これらの図から切り出した波形群の関連ピークを抽出した. 圧縮波の速度推定結果を表 1, せん断波の速度推定結果を表 2 に示している. せん断波の解析結果で Fig8 のように同じ時間位置に 2つの速度のピークが存在したので速度の高い算出結果を( )で表 2 に示した.

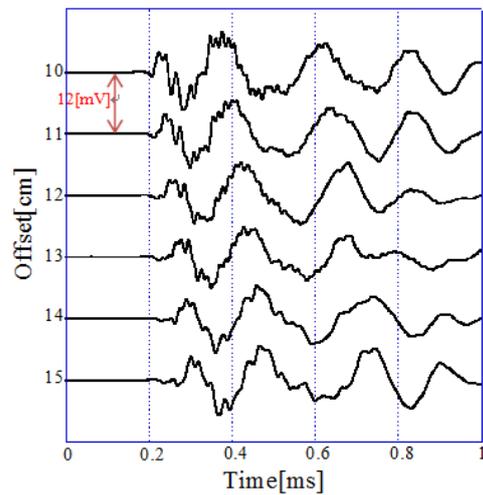


Fig.4 ガイド波波形図(空隙率 42.0%)

Table1 周波数センブランス法による  
速度推定結果

空隙率	27.5%	42.0%	56.5%
圧縮波速度[m/s]	1763	1614	1432
せん断波速度[m/s]	850	784	738

Table2 最尤推定法による速度推定結果

空隙率	27.5%	42.0%	56.5%
圧縮波速度[m/s]	1763	1614	1432
せん断波速度[m/s]	850 (959)	784 (874)	738 ( - )

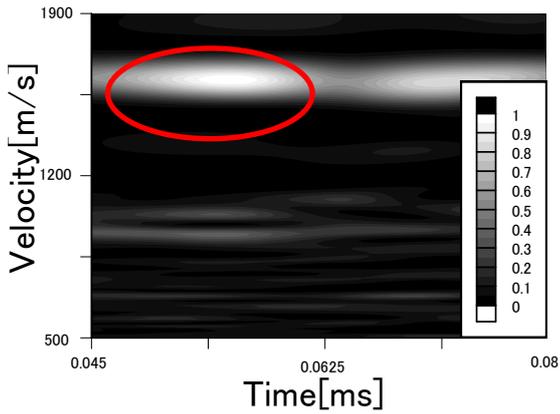


Fig.5 周波数センプランス解析結果(圧縮波)

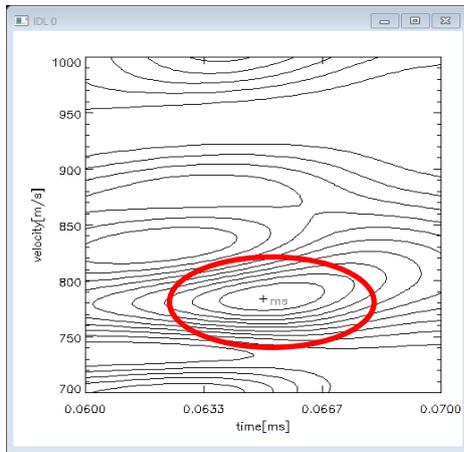


Fig.6 周波数センプランス解析結果(せん断波)

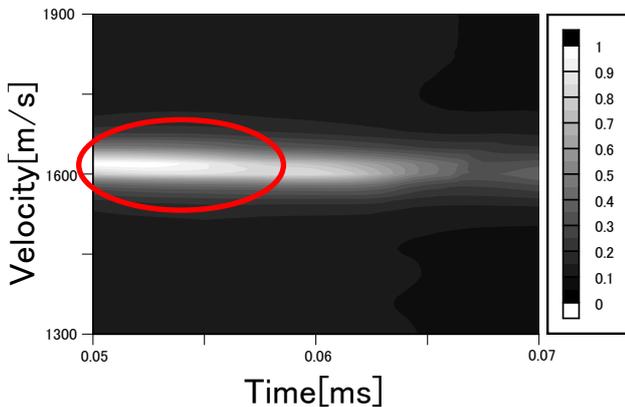


Fig.7 最尤推定法解析結果(圧縮波)

#### 4. 弾性係数の算出

密度推定の評価には多孔質体の力学的性質を表す式を用いる(式(3)~(9)). 中実材料の弾性係数と求める多孔質材料の空隙率を式に代入することで多孔質材料の弾性係数について求める<sup>4)</sup>.

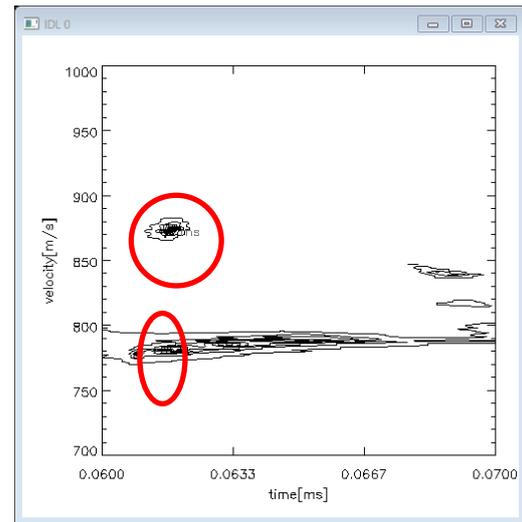


Fig.8 最尤推定法解析結果(せん断波)

$$G_0 = \alpha E_0 \quad (3)$$

$$K_0 = \frac{G_0 E_0}{3(3G_0 - E_0)} \quad (4)$$

$$E = E_0 \frac{1-P}{1 + \frac{(11K_0 + 5E_0)(9K_0 - E_0)P}{4K_0(27K_0 + 5E_0)}} \quad (5)$$

$$G = G_0 \frac{1-P}{1 + \frac{6(K_0 + 2G_0)P}{9K_0 + 8G_0}} \quad (6)$$

$$K = K_0 \frac{1-P}{1 + \frac{3K_0 P}{4G_0}} \quad (7)$$

$$C_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (8)$$

$$C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (9)$$

$\rho$ :多孔質材料の密度,  $P$ :空隙率,  $\alpha$ :比例定数

$E_0$ :中実材料の縦弾性係数,

$E$ :多孔質材料の縦弾性係数,

$G_0$ :中実材料の剛性率,

$G$ :多孔質材料の剛性率,

$K_0$ :中実材料の体積弾性率

$K$ :多孔質材料の体積弾性率

$C_p$ :P波速度,  $C_s$ :S波速度

式(3)に示したように剛性率  $G$  と縦弾性係数  $E$

は比例関係にある。密度推定に利用するときにはこの比例定数は、空隙率の高い試料で計測を行ったとしても一定であると仮定している。各空隙率で圧縮波・せん断波速度を求めたのでそれぞれの空隙率で速度から弾性係数を算出し、その比例定数が一定になるか確認した。周波数センブランス法による速度推定結果より算出した弾性係数を表3, 最尤推定法による速度推定結果より算出した弾性係数を表4に示す。

表2のせん断波速度を用いて比例定数を算出したために表3, 表4の結果に差が出ている。2つの速度が出ているためどちらが正しい速度か確かめるために圧縮波・せん断波の速度から理論分散曲線を導出し、ガイド波速度推定の結果と比較をすることにした。せん断波速度が正しければ抽出したピークと理論分散曲線は重なり合うと考える。

### 5. 多孔質丸棒の理論分散曲線

理論分散曲線の算出には、中実丸棒の固体導波路上における円柱座標系の波動方程式から求めたLモード, Fモードの特性方程式を使用する。

Table3 周波数センブランス法による速度推定値より算出した弾性係数

空隙率	27.5%	42.0%	56.5%
剛性率[GPa]	0.971	0.894	0.864
縦弾性係数[GPa]	2.729	2.564	2.455
比例定数	0.3560	0.3488	0.3519

Table4 最尤推定法による速度推定値より算出した弾性係数

空隙率	27.5%	42.0%	56.5%
剛性率[GPa]	0.857 (1.261)	0.883 (1.146)	0.910 (-)
縦弾性係数[GPa]	2.462 (3.347)	2.542 (3.097)	2.561 (-)
比例定数	0.3482 (0.3766)	0.3472 (0.3699)	0.3554 (-)

周波数センブランス法で推定した速度で算出した理論分散曲線を①, 最尤推定法により推定した表2の圧縮波速度と表2( )のせん断波速度を用いて算出した理論分散曲線を②とする。

比較を行うために計測したガイド波について周波数センブランス解析と最尤推定法を用いて解析をし、周波数ごとに抽出したピークを Fig9a と Fig9b に示す。

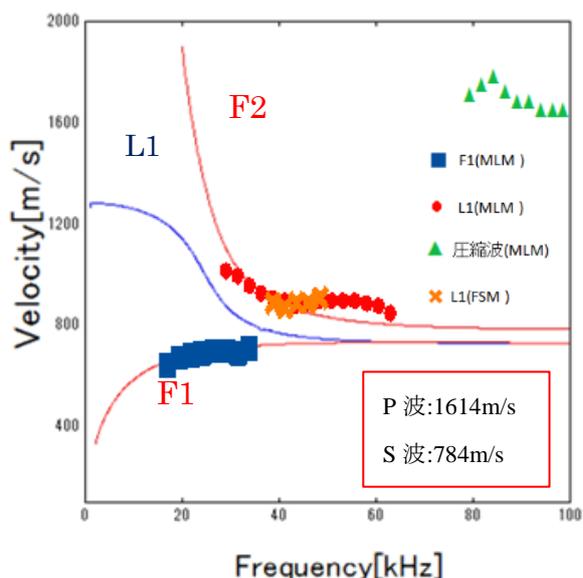


Fig.9a ガイド波解析結果と理論分散曲線①との比較

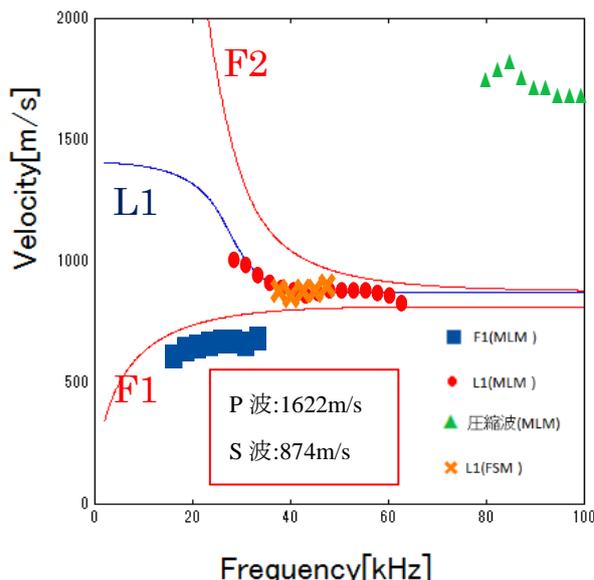


Fig.9b ガイド波解析結果と理論分散曲線②との比較

は理論分散曲線と抽出したピークがほぼ重なり合っている一方、②では理論分散曲線からずれた位置でピークが抽出されている。②を算出するときのせん断波速度は正しいせん断波ではないために、ピーク位置がずれる。

## 6. 結言

多孔質材料の圧縮波とせん断波計測を行い、最尤推定法で正しい圧縮波とせん断波速度について求め、縦弾性係数と剛性率の比例定数を算出したところ、空隙率 56.5% でわずかであるが、0.01 ほど他の空隙率の場合での比例定数より増加した。周波数センブランス法による速度推定結果もあるが、空隙率 27.5% で速度が最尤推定法の結果よりも 50m/s 速い速度で算出している。他の空隙率では比例定数が近い値で出ているのにも関わらず、値が大きく異なるのでせん断波の速度推定を正しく行えていない可能性がある。そのため比例定数の変化を確かめるのには使用できないことがわかっている。

空隙率が高い試料を計測した時、比例定数が変動すると、多孔質体の力学的性質を表す式の比例定数は一定であるという仮定が成り立たなくなる。空隙率が高くなる試料の密度推定結果に誤差が生じるのは多孔質体の力学的性質を表す式によるものだと確認された。

## 謝辞

本研究は科学研究費補助金(課題番号：24620002)の支援を受けて行われたものである。この場を借りて関係者各位に謝意を表す。

## 参考文献

- [1] 鎌田正洋, 齊藤玄敏, ”フィルタバンク法による骨を伝播するガイド波の速度分散特性の評価”, 計測自動制御学会東北支部(2011)
- [2] 齊藤匠, 齊藤玄敏, ”ガイド波の速度分散性

に基づく多孔質丸棒の密度推定”, 計測自動制御学会東北支部(2013)

- [3] Kai Hsu, Arthur B. Baggeroer  
”Application of the maximum-likelihood method (MLM) for sonic velocity logging”
- [4] 近藤連一 “多孔材料 - 性質と利用, pp165-183, 1973”