

研究用マルチコプター MACTech のモデリング およびロータ入力の線形化誤差を考慮した制御系設計

Modeling of research multicopter MACTech and control design considering linearization error of rotor input

○狩野 拓也, 佐藤 淳

○ Takuya Karino, Atsushi Satoh

岩手大学

Iwate University

キーワード： マルチコプター (Multi Copter), クアッドコプター (Quad Copter),
飛行制御 (Flight Control), 状態フィードバック (state-feedback)

連絡先： 〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5
岩手大学大学院 総合科学研究科 理工学専攻 機械・航空宇宙コース
佐藤 淳, Tel: 019-621-6404, E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

1. 諸言

マルチコプターとは三発以上のロータを放射状に配置されるように搭載した回転翼機のことであり、一般に小型で操縦者が搭乗せずに遠隔操作される無人機である。マルチコプターは垂直離着陸やホバリング、低速航行が可能であり、同様の性質を持つヘリコプターと比べて構造の単純さから安価である特徴がある。また、近年では農業・撮影・測量等に利用されているほか、様々なミッションにおいてマルチコプターの応用が期待されている。

マルチコプターの動特性は不安定であり、運用に際しては自動制御による姿勢安定化が必須となる。市販の姿勢制御則はフライトコントローラに実装されているが、マルチコプターの非線形な動特性モデルをそのまま用いるのではなく、一般に設計手順や評価手法が確立されている線

形化モデルを用いた設計を行ったものが多い。

しかし、線形化モデルを用いることで、非線形モデルとの間に線形化誤差が発生するため、設計した制御系を実装した実機の応答特性に影響が生じる場合が考えられ、制御性能が大きく変化する可能性がある。これを防ぐために、本研究において応答特性への影響を低減するために、あらかじめ推進特性に関する線形化誤差の程度を評価し、設計基準を設ける。また、設計基準を利用した制御系の設計手順の考案を行う。

開発中の研究用マルチコプター MACTech のパラメータを用いて、考案した手順に従って実際に制御系の設計を行い、制御系を実装した線形モデルにおける応答と非線形モデルの応答との間で応答特性を比較し、評価を行う。

2. 研究用マルチコプター MACTech

本研究において，JAST (航空宇宙技術振興財団) の協力の下で佐藤研究室が開発中の研究用マルチコプター MACTech を用いる．MACTech は重量 2.6166[kg]，寸法 821 × 825 × 221[mm³] であり，四つのロータを有するクアッドコプターである (Fig. 1)．

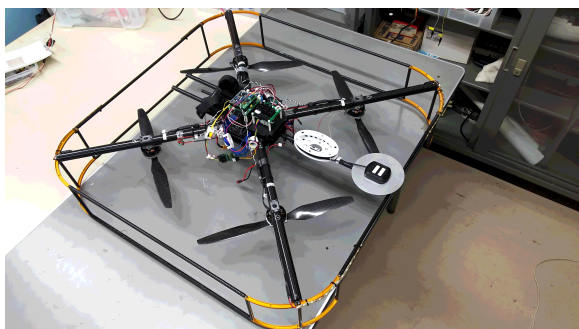


Fig. 1 研究用マルチコプター MACTech

研究用の機体では，研究者によって迅速かつ任意に制御則の変更が可能であることが求められるため，佐藤研究室が独自に開発したフライトコントローラ用制御基板 (ANS1 PIC 基板 Fig. 2)) を搭載している．

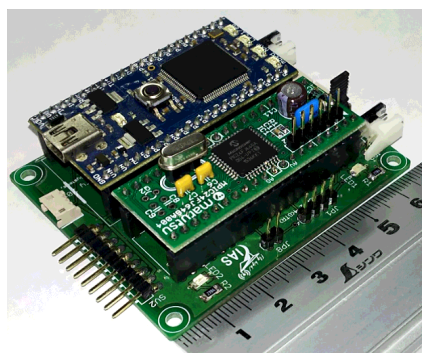


Fig. 2 ANS1 PIC 制御基板

Table 1 ANS1 PIC 制御基板 緒元

基板寸法	57.0[mm] × 68.3[mm] × 23.3[mm]
重量	45.3[g]

ANS1 PIC 制御基板のシステム構成を Fig. 3 に示す．研究用の飛行制御則は Fig. 3 のフィル

タ & コントローラコア (PIC 24F マイコン) に実装されるが，制御則の開発と実装は MATLAB / Simulink の組み込みコード自動生成機能を利用して安易に行える特徴を持つ．

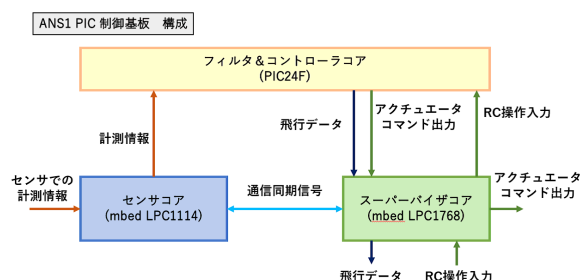


Fig. 3 ANS1 PIC 制御基板構成

3. 記号の定義

$$\xi_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix}^T$$

: 慣性座標系における機体重心位置

$$\xi_b = \begin{bmatrix} x_b & y_b & z_b \end{bmatrix}^T$$

: 機体座標系の基底ベクトル

$$\Theta = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$$

: オイラー角

$$\omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$$

: 機体座標系における回転角速度

m : 機体質量

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}$$

: 重力加速度

$$N = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 \end{bmatrix}^T$$

: 全ロータ回転数

ここでオイラー角は慣性座標系を z_i 軸， y_i 軸， x_i 軸周りに順にそれぞれ ϕ ， θ ， ψ だけ回転させたときに機体座標系と一致する角度として定義する．また，方向余弦行列 R 及び，角速度変換行列 W が存在し，次式を満たす．

$$\xi_b = R\xi_i, \dot{\Theta} = W\omega$$

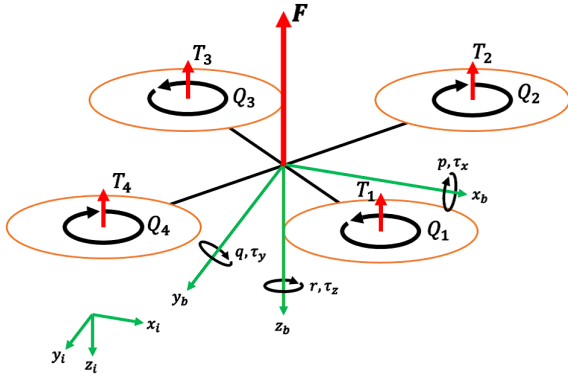


Fig. 4 クアッドコプターモデル

4. モデリング

慣性座標系及び機体座標系はともに右手系とし、Fig. 4 の様に定義する。

仮定 1 (機体構造に関する仮定)

クアッドコプターは x_b, y_b 軸と平行かつ機体の幾何学的中心を通る直線に関して対称な構造である。

機体重心の位置は機体の幾何学的中心位置と一致する。

重心と各ロータ回転軸との距離は等しく l である。

仮定 1 より、機体重心周りの慣性モーメント I は式 (1) の様に対角行列を用いて表される。

$$I = \text{diag} \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{yy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

機体重心に加わる揚力 F 及び回転トルク τ は各ロータの生ずる推力 T_i およびトルク Q_i により、機体座標系において式 (2) の様に表される。

$$\begin{cases} F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sum_{i=1}^4 T_i \end{bmatrix}^T \\ \tau = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 T_i l \sin \left((i-1) \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \\ \sum_{i=1}^4 T_i l \cos \left((i-1) \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \\ \sum_{i=1}^4 (-1)^i Q_i \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

クアッドコプターの運動方程式は次のように示される¹⁾²⁾³⁾。

並進方向

$$\ddot{\xi}_i = G + \frac{1}{m} RF \quad (3)$$

回転方向

$$\dot{\omega} = -I^{-1}\omega \times (I\omega) + I^{-1}\tau \quad (4)$$

4.1 ロータに生ずる推力・トルク

ロータの運動に関して次のような仮定の下、生じる推力・トルクを導出する。

仮定 2 (推進系の運動に関する仮定)

ロータは固定ピッチとし、*normal working* 状態⁴⁾のみでの動作であり、反転しないものとする。

ロータの軸方向への進行速度を V 、直径 D 、回転数を n_i とした時、次のように示される無次元数 J を進行率と呼ぶ。

$$J = \frac{V}{Dn_i} \quad (5)$$

空気密度 ρ の時、仮定 2 の下で、ロータの生ずる推力 T_i ・トルク Q_i は次式のように示される。

$$T_i = C_T \rho D^4 n_i^2 \quad (6)$$

$$Q_i = C_Q \rho D^5 n_i^2 \quad (7)$$

C_T, C_Q はそれぞれ推力係数、トルク係数と呼ばれ、進行率 J の関数で示される無次元数である。

ここで新たな係数 $c_t = C_T \rho D^4, c_q = C_Q \rho D^5$ を定義し次のように変形する。

$$T_i = c_t n_i^2 \quad (8)$$

$$Q_i = c_q n_i^2 \quad (9)$$

5. 運動方程式の線形化

ホバリング状態を次のように定義する。

定義 1 (ホバリング状態)

$$\dot{\xi}_i = 0, \Theta = 0, \omega = 0$$

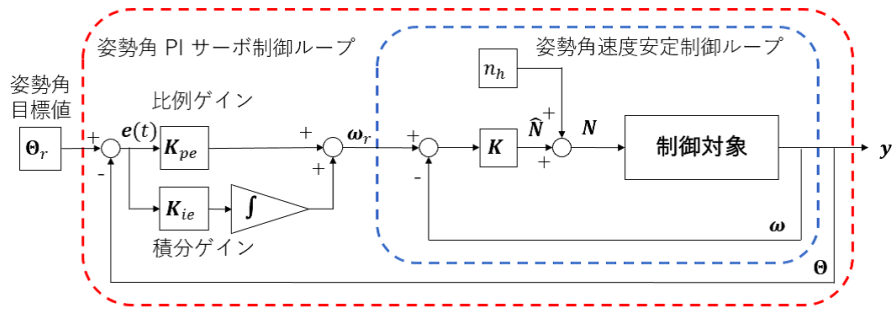


Fig. 5 姿勢角安定化制御系

回転方向の運動方程式を定義 1 周りで線形化すると次式ようになる。

$$\dot{\omega} = I^{-1}\tau \quad (10)$$

次に、ロータ入力を定義 1 周りで線形化すると、常に $J = 0$ であるため、 c_t, c_q は正の定数である。

式 (3) 及び定義 1 より、ホバリング時のロータ回転数 n_h は

$$n_h = \sqrt{mg/4c_t} \quad (11)$$

であり、 T_i, Q_i を n_h 周りに線形化したものを T_l, Q_l とおき、式 (12) に示す。

$$\begin{cases} T_l = 2c_t n_h n_i - c_t n_h^2 \\ Q_l = 2c_q n_h n_i - c_q n_h^2 \end{cases} \quad (12)$$

また、

$$E = \sqrt{2}l n_h \begin{bmatrix} -c_t & c_t & c_t & -c_t \\ c_t & c_t & -c_t & -c_t \\ -\frac{\sqrt{2}c_q}{l} & \frac{\sqrt{2}c_q}{l} & -\frac{\sqrt{2}c_q}{l} & \frac{\sqrt{2}c_q}{l} \end{bmatrix}$$

と置くことで、式 (10) から回転数 N を入力とする状態方程式 (式 (13)) が得られる。

$$\dot{\omega} = I^{-1}EN \quad (13)$$

6. 制御系設計

線形化モデルを基に姿勢安定化制御系 (Fig. 5) を設計する。運動に減衰性を持たせるために ω をフィードバックした姿勢角速度安定化ループ

を設計した。状態フィードバックゲインを K すると、閉ループ系の状態方程式は

$$\dot{\omega} = -I^{-1}EK\omega \quad (14)$$

となる。

K は ω に適当な初期値 ω_0 をあたえ、応答を確認しながら極配置法を用いて試行錯誤的に決定した。今回、初期角速度としてロール軸周りに 5[rad/s]、ヨー軸周りに 1[rad/s] をそれぞれ個別に与えて設計する。

姿勢角速度安定化制御ループを設計したのちに、姿勢角目標値に追従させるためにオイラー角をフィードバックした姿勢角 PI サーボ制御ループを設計した。

PI ゲインは適当な姿勢角目標値 Θ_r を与えて、追従性を確認しながら試行錯誤的に決定した。今回、ロール角 $\pi/6$ [rad] を目標値として与えて設計する。

6.1 制御系の評価基準の設定

6.1.1 制御性能に関する評価基準の設定

評価基準 1 (姿勢角速度安定化制御ループ)

- 姿勢角応答が定常状態周り 2[%] に整定するまでの時間 S_t が ϕ_b, θ_b に関して 4[s] 以下となること
- ψ_b 軸周りに関しては 10[s] 以下となること

評価基準 2 (姿勢角 PI サーボ制御ループ)

- 姿勢角のステップ応答の最大行き過ぎ量が定常値の 20[%] 程度となること
- 姿勢角応答が定常状態周り $\pm 2[\%]$ に整定するまでの時間としたとき、 ϕ に対して $T_s = 6[\text{s}]$ 程度か以下となること

6.1.2 入力の線形化誤差を考慮した評価基準の設定

式 (4) のシステムを線形化するにあたって、式 (8), (9) のように $n = n_h$ 周りで T_i, Q_i を線形近似した T_l, Q_l を用いた。Fig. 6 に示されるように、 T_i, Q_i と T_l, Q_l の間には線形化による誤差が存在している。

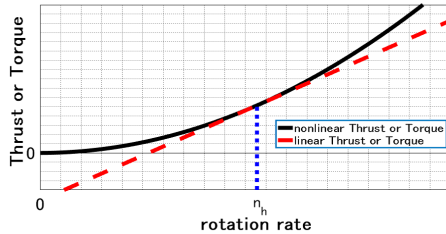


Fig. 6 推力特性の線形化による誤差

線形化モデルに基づき設計した制御則を実機に搭載したとき、線形化誤差の影響により線形シミュレーションと実機の制御性能に大きな差が生じることを避けるために、ロータ回転数 n_i に対する推力、およびトルク特性の線形化誤差の程度をあらかじめ評価し、線形化誤差の影響が指定した範囲にとどまるようなロータ回転数範囲を決定する。そして、以降の設計における制御性能評価において、この回転数範囲を超えることの無いように制御系を設計する。

仮定 2, 1 の下で、線形化誤差が $a[\%]$ となる T_i と T_l 及び Q_i と Q_l の関係式は、 $\frac{T_i - T_l}{T} = a$ 、 $\frac{Q_i - Q_l}{Q} = a$ となり、 n_i についてまとめると、回転数範囲は a 、及び n_h によって一意に決まり、上限 n_{max} 、下限 n_{min} が次のように求まる。

$$\begin{cases} n_{max} = \frac{n_h}{1 - \sqrt{a/100}} \\ n_{min} = \frac{n_h}{1 + \sqrt{a/100}} \end{cases} \quad (15)$$

今回、許容する線形化誤差を $a = 10[\%]$ とし、性能評価の際に n_i が次の範囲にとどまるように設計を行う。

$$40.1308 \leq n_i \leq 77.2499 \quad (16)$$

7. 姿勢制御系の設計結果

MACTech の各パラメータ (Table 2) を用いて設計を行った。

Table 2 パラメータ一覧

m	2.6166	[kg]
I_{xx}	0.0921	[kgm ²]
I_{yy}	0.1089	[kgm ²]
I_{zz}	0.1998	[kgm ²]
c_t	0.0023	[kgm]
c_q	0.00005	[kgm ²]
l	0.2975	[m]

7.1 角速度安定化制御ループ

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -2.5298 & 0.2906 & -12.6243 \\ -0.1333 & 2.5430 & 12.6243 \\ 2.5298 & -0.2906 & -12.6243 \\ 0.1333 & -2.5430 & 12.6243 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ロール軸周りのみに初期角速度 ω_0 を与えたとき、 ϕ_b, θ_b の整定時間はそれぞれ

$$\phi_b : S_t = 1.3506[\text{s}]$$

$$\theta_b : S_t = 1.6277[\text{s}]$$

である (Fig.7 上)。

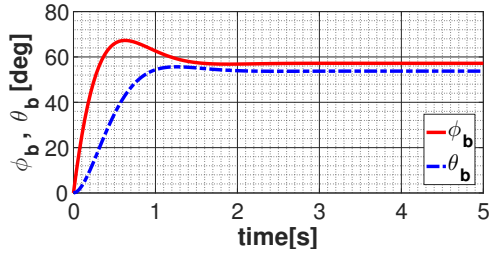
ヨー軸周りの身に初期角速度 ω_0 を与えたとき、 ψ_b の整定時間は

$$\psi_b : S_t = 2.9655[\text{s}]$$

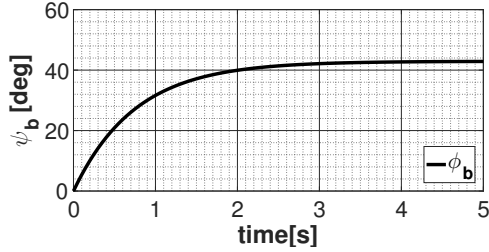
である (Fig.7 下)。

この結果は、評価基準を満たしている。

更に、線形化モデルにおいて得られた応答特性を Fig. 7 に示す。



ロール軸周り設計時の応答



ヨー軸周り設計時の応答

Fig. 7 姿勢角速度安定化制御ループの初期値応答 (線形モデル)

式 (4) 非線形モデルに対しても同様に、 K を用いた ω の状態フィードバックを行い、初期値応答の確認を行った。

ロール軸周りにおいて、慣性項に連成のある非線形モデルの応答が線形モデルの応答に比べて整定時間が長く、定常値も大きい但其の差は 2[deg] 未満で、線形化誤差の影響を十分考慮できていると考えられる。

8. 姿勢角 PI サーボ制御系設計結果

姿勢角偏差に対して評価基準を満たすように決定した PI ゲインを式 (18) に示す。

$$\phi, \theta : \begin{cases} K_{pe} = 1.33 \\ K_{ie} = 0.63 \end{cases} \quad (18)$$

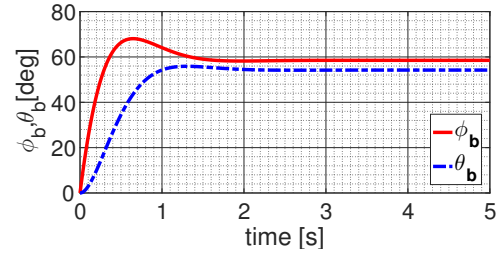
設計した PI サーボ制御ループの応答は、目標入力 $\Theta_r = [30[\text{deg}] \ 0 \ 0]^T$ に対して、

$$M_p = 20.1739[\%] \quad T_s = 6.0180[\text{s}]$$

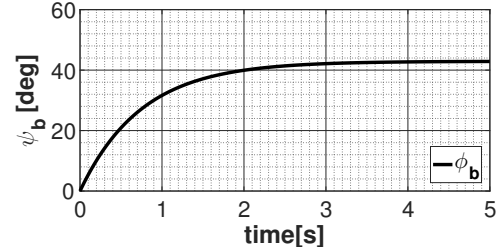
である。

この結果は評価基準を満たす。

非線形な角速度安定制御系に対して、線形モデルで設計した式 (18) に示したゲインを用いて Θ を状態フィードバックしたサーボ系を設計し、



ロール軸周り設計時の応答



ヨー軸周り設計時の応答

Fig. 8 姿勢角速度安定化制御ループの初期値応答 (非線形モデル)

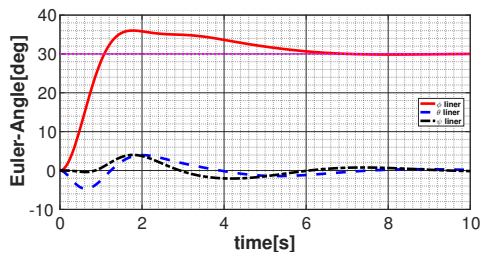
Θ_r への追従性能を線形モデルの応答特性との比較した (Fig.9). 比較すると両モデルにおける応答の差は小さいことが分かる。

9. 結言

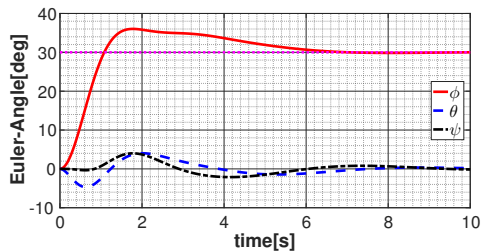
本研究では、マルチコプターの姿勢制御系を線形化モデルを用いて設計する場合に発生する、推進特性に関する線形誤差の制御性能への影響を低減することを目的とした設計基準の設定を行った。また、同設計基準を用いた制御系の設計手順を考案し、実際に設計を行い、非線形シミュレーションとの比較を行うことで基準及び手順の有効性の確認を行った。

制御系の設計においては、開発中である研究用マルチコプター MACTech の各種パラメータを用いた。

結果として、線形化モデルにおいて設計基準を設けて設計した制御系の応答特性は非線形シミュレーションにおいても大きな変化がなく、推進特性の線形化影響を十分に小さくすることができたと考えられる。これによって、提案した基準・設計手順の有効性が確認された。



ロール軸周り設計時の応答 (線形モデル)



ロール軸周り設計時の応答 (非線形モデル)

Fig. 9 姿勢角サーボ系のステップ応答

参考文献

- 1) Teppo Luukkonen "Modelling and control of quad-copter", 2011.08.22
- 2) 橋本和希, 池田拓也, 松野文俊 "スライディングモード制御によるマルチロータ型 UAV のロバスト追従制御", 計測自動制御学会論文集, Vol. 50, No. 2, 170 / 176, 2014
- 3) 堀田克也, 山田学, 大羽達志 "バックステッピング法に基づく 4 ロータ小型ヘリコプタの適応追従制御", 計測自動制御学会論文集, Vol. 50, No. 2, 177 / 184, 2014
- 4) 加藤寛一郎, 今永勇生 "ヘリコプタ入門", 東京大学出版会, 78,79,80,81,82,83,84,85,102,103,104, 1985.3.30