計測自動制御学会東北支部 第 332 回研究集会 (2021.5.26)
資料番号 332-3

多項式モータトルクモデルにもとづいたオブザーバによるプロペラトルク推定

Observer-based propeller torque estimation based on polynomial motor torque model

○阿部　直人*，小野　浩平**，佐藤　淳***

○ Naoto Abe，Kohei Ono，Atsushi Satoh

*岩手大学大学院，**（株）グレープシステム, ***岩手大学

*Iwate University Graduate School，**GRAPE SYSTEMS INC. ***Iwate University

キーワード： 双線型オブザーバ，プロペラトルク，Carleman linearization

連絡先： 〒 020-8551　岩手県盛岡市上田 4-3-5
岩手大学大学院 総合科学研究科 理工学専攻 機械・航空宇宙コース
佐藤　淳，Tel: 019-621-6404，E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

1. はじめに

近年，無人航空機 (UAV:Unmanned Air Vehicle) の利用が活発化している．機体としては，複数の独立したロータで発生させた推力やプロペラトルクの差を操舵力に利用するマルチコプタが主流である．

マルチコプタの飛行制御には，機体のダイナミクスと各プロペラ駆動系で発生する推力やプロペラトルクを知ることが重要である．プロペラのトルク特性はプロペラの回転速度 ω の２乗に比例する非線型な関係である [7]．また，軸受けの摩擦特性もプロペラの回転速度に対して非線型であるため，プロペラの回転運動は非線型なダイナミクスをもつ．

非線型システムの解析や設計の難しさを避けるために，Taylor 展開に基づく線型化がしばしばおこなわれる．しかし，線型近似システムは，線型化する際に選んだ動作点近傍でしか有効性が保障されない．線型システムを拡張した概念に双線型システムがある．双線型システムとは，状態空間表現が入力と状態の双線型項を含むシステムである．双線型制御理論は線型制御理論との共通部分が多い [2] ため，双線型システムは広範な応用が見込まれている．また，非線型システムの一種である多項式システムは，Carleman linearization により有限次元で双線型システムへ近似することができる．

本研究では，Carleman linearization を利用したオブザーバに基づき，プロペラトルクの推定をおこなう．プロペラトルクはプロペラ回転速度の多項式で表されるため，Carleman linearization を利用した線型化が応用しやすい．オブザーバ構成のために，プロペラ回転運動のモデリングと，運動モデルの Carleman linearization に基づいて有限次元近似をおこなう．

2. 準備

2.1 問題設定

今回，駆動系は図 1 に示される岩手大学 佐藤研究室で開発中のクアッドコプタ MACTech に搭載されているプロペラ駆動系を想定する．よって MACTech に使用されているプロペラ，ブラシレス DC モータ，ESC を想定する．

Fig. 1 クアッドコプタ MACTech

本研究で想定するマルチコプタの推進系を図 2 に示す．推進系の運転状態を無風時のホバリング状態とし，プロペラの回転速度の範囲を $120 \leqq \omega \leqq 590$[rad/s] と仮定する．

図 2 に示すように，モータのシャフトにはモータの出力である軸トルク Q_s，プロペラによる反トルクであるプロペラトルク Q_p が作用する．軸トルク Q_s はモータのスロットルに応じてモータ内部で生ずるトルク成分値 Q_m と，モータの軸受け摩擦による損失トルクである摩擦トルク成分 Q_f からなるとする．すなわち

$$Q_s\left(t_n, \omega\right) = Q_m\left(t_n\right) + Q_f\left(\omega\right) \tag{1}$$

である．モータトルク Q_m は t_n スロットルの値 t_n，摩擦トルク Q_f はプロペラの回転速度 ω に非線型に依存する．

そのため，Q_s を t_n と ω に関する多項式としてモデリングする．実験によりモデリングに利用するモータトルク特性は計測されて，そのデータを用いて MATLAB Curve fitting toolbox で係数のフィッティングを行う．

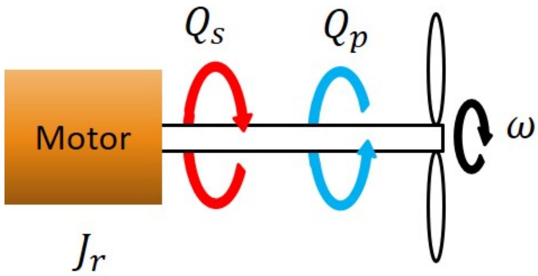

Fig. 2 マルチコプタ推進系

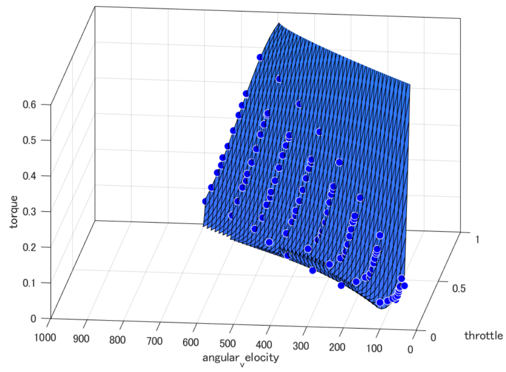

Fig. 3 ブラシレス DC モータのトルク - スロットル - 回転数特性

2.2 Kroneker 積

行列 A を $m \times n$，行列 B を $p \times q$ の定数行列とする．A と B の Kronecker 積を以下の様に定義する [3]．

[定義 1]

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix} \tag{2}$$

このとき，$A \otimes B$ は $mp \times nq$ 行列となる．

また，x を n 次元状態ベクトルとすると，$x^{[i]}$ は次に定義するような x の i 次形式ベクトルである．

[定義 2]

$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ を n 次元ベクトル，p を

自然数とする．このとき，状態ベクトル同士の Kronecker 積を以下のように定義する [3)]．

$$x \otimes x = [x_1x_1, x_1x_2, \ldots, x_1x_n, \\ \ldots x_nx_1, \ldots x_nx_n]^T \quad (3)$$

また，状態ベクトル同士の Kroneker 積により生成されたベクトルの要素が，x の要素の p 次単項式:

$$x_1^{p_1}x_2^{p_2}\ldots x_n^{p_n}, \quad p = \sum_{i=1}^{n} p_i$$

を重複することなく全て辞書式順序で並べた N_p^n 次元ベクトルを $x^{[p]}$ と書き，次式で定義したものを x の p 次形式と呼ぶ [4)]．ただし，$N_p^n = {}_{n+p-1}C_p$ であり，$p_1, p_2, \ldots, p_n$ は自然数または 0 であり，$x^{[0]} := 1$ と定義する．

$$x^{[p]} := x^{[p-1]} \otimes x \quad (4)$$

2.3 Carleman linearization

次式の状態方程式で表される n 次元 m 次多項式システムを考える．

$$\dot{x} = A_0 + A_1x + A_2x^{[2]} + \ldots + A_nx^{[m]} \quad (5)$$

ここで $x \in \mathbb{R}^n$ は状態ベクトル，$A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, i = 1, \cdots, n$ とする．いま，x の i 次形式ベクトルの時間微分が

$$\dot{x}^{[i]} = \sum_{j=0}^{m} A_j^i x^{[j+i-1]} \quad (6)$$

で表されるとき，(5) 式の Carleman linearization を次のように定義する [3)]．ここで，A_j^i は I_n を n 次元の単位行列とするとき

$$A_j^i = A_j^1 \otimes I_n^{[i-1]} + I_n \otimes A_j^{i-1} \quad (7)$$

で求められる定数行列である．

［定義 3］

n 次元状態ベクトルから生成した無限列 $z = [x, x^{[2]}, \ldots]^T$ に対して，システム (5) の i 形式での時間微分が (6) 式で求められるとき，システム (5) は無限次元線型方程式に変換される．これをもちいた (5) 式の線型化を Carleman linearization と呼ぶ．

$$\dot{z} = Mz \quad (8)$$

ここで，定数行列 M の構造は (6) 式で計算された A_j^i をもちいて

$$M = \begin{bmatrix} A_0^1 & A_1^1 & \ldots & A_m^1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & A_0^2 & \ldots & A_{m-1}^2 & A_m^2 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & A_{m-2}^3 & A_{m-1}^3 & A_m^3 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

で表される．また，システム (5) に制御入力 $u = [u_1, u_2, \ldots u_r]^T$ が加わる時，システム (5) は

$$\dot{x} = A_0 + A_1x + A_2x^{[2]} + \ldots + A_nx^{[m]} + Bu \quad (9)$$

となる．システム (9) の Carleman linearization は

$$\dot{z} = M_0z + \sum_{i=1}^{r} M_i z u_i + N_0 u \quad (10)$$

のように双線型システムとなる [5)]．ここで各係数行列は (7) 式をもちいて以下のように計算される [6)]．

$$M_0 = \begin{bmatrix} A_0^1 & A_1^1 & \ldots & A_m^1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & A_0^2 & \ldots & A_{m-1}^2 & A_m^2 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & A_{m-2}^3 & A_{m-1}^3 & A_m^3 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$M_i = \begin{bmatrix} A_1^{i,1} & A_2^{i,1} & \ldots & A_m^{i,1} & 0 & 0 & \ldots \\ A_0^{i,2} & A_1^{i,2} & \ldots & A_{m-1}^{i,2} & A_m^{i,2} & 0 & \ldots \\ 0 & A_0^{i,3} & \ldots & A_{m-2}^{i,3} & A_{m-1}^{i,3} & A_m^{i,3} & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

3. プロペラトルク推定構造

3.1 プロペラ回転運動のモデリング

プロペラの回転運動のダイナミクスは以下のようにあたえられる．

$$J_r\dot{\omega} = Q_s(t_n,\omega) - Q_p \tag{11}$$

ここで J_r は回転系の慣性モーメントである．軸トルク Q_s は，

$$\begin{aligned}Q_s(t_n,\omega) &= k_1t_n + k_2\omega + k_3t_n^2 + k_4t_n\omega + k_5\omega^2 \\ &\quad + k_6t_n^3 + k_7t_n^2\omega + k_8t_n\omega^2 + k_9\omega^3\end{aligned} \tag{12}$$

と置く．(12) 式を (11) 式に代入して，起動トルク $Q_{m0} = k_1t_n + k_3t_n^2 + k_6t_n^3$ として整理すると

$$\begin{aligned}J_r\dot{\omega} &= Q_{m0} + (k_2 + k_4t_n + k_7t_n^2)\omega \\ &\quad + (k_5 + k_8t_n)\omega^2 + k_9\omega^3 - Q_p\end{aligned} \tag{13}$$

となり，これがプロペラの回転運動のダイナミクスを多項式システムでモデリングしたものである．

3.2 プロペラトルのダイナミクス

オブザーバをもちいてプロペラトルク Q_p を推定するために，仮想的なダイナミクス

$$\dot{Q}_p = -\frac{Q_p}{\tau} + u_v \tag{14}$$

を導入する．

本来プロペラトルク Q_p の時間変化は様々な運転状態や環境要因等により非線形性を持つと考えられるが，本研究では (14) 式のように Q_p を線型信号モデル [7] であるとしてモデリングをおこなった．ここで，τ は Q_p が取りうる値の帯域を制限するための正の時定数，u_v は実際のプロペラトルクとのモデル化誤差をあたえる仮想的な入力である．

3.3 システムの Carleman linearization

変数を $x_1 := \omega$，$x_2 := Q_p$ とすると，(13) 式と (14) より，

$$\begin{aligned}J_r\dot{x}_1 &= Q_{m0} + (k_2 + k_4t_n + k_7t_n^2)x_1 \\ &\quad + (k_5 + k_8t_n)x_1^2 + k_9x_1^3 - x_2\end{aligned}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau}x_2 + u_v \tag{15}$$

となり，システム (15) は状態ベクトルが 2 次元でシステムの最大次数が 3 の多項式非線形システムである．

(15) 式を整理して，昇べきの順に並べなおすと，

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \frac{k_2 + k_4t_n + k_7t_n^2}{J_r}x_1 - \frac{1}{J_r}x_2 \\ &\quad + \frac{k_5 + k_8t_n}{J_r}x_1^2 + \frac{k_9}{J_r}x_1^3 + \frac{Q_{m0}}{J_r}\end{aligned}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau}x_2 + u_v \tag{16}$$

となる．ここで，各係数を

$$\begin{aligned}&\eta_1 = \frac{k_2 + k_4t_n + k_7t_n^2}{J_r}, \quad \eta_2 = \frac{1}{2J_r}, \\ &\eta_3 = \frac{k_5 + k_8t_n}{J_r}, \quad \eta_4 = \frac{k_9}{J_r}, \\ &\eta_5 = \frac{1}{J_r}, \quad \eta_6 = -\frac{1}{\tau}\end{aligned}$$

とし，入力の項を $u_1 = Q_{m0}$，$u_2 = u_v$ とする．また，測定可能な状態量は $x_1 = \omega$ のみであるとして，出力方程式と組み合わせると (16) 式は

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \eta_1x_1 + \eta_2x_2 + \eta_3x_1^2 + \eta_4x_1^3 + \eta_5u_1 \\ \dot{x}_2 &= \eta_6x_2 + u_2 \\ y &= x_1\end{aligned} \tag{17}$$

となる．

(17) 式の Carleman linearization をおこなうために，新たな状態変数として

$$\begin{aligned}z &= [z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_8, z_9]^T \\ &= \left[x_1, x_2, x_1^2, x_1x_2, x_2^2, x_1^3, x_1^2x_2, x_1x_2^2, x_2^3\right]^T\end{aligned}$$

を定義する．z の要素の時間微分を計算し，推定対象の最高次数に合わせて 4 次以上の項を打ち切ると

$$
\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= \dot{x}_1 = \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \eta_3 x_1^2 + \eta_4 x_1^3 + \eta_5 u_1 \\
&= \eta_1 z_1 + \eta_2 z_2 + \eta_3 z_3 + \eta_4 z_6 + \eta_5 u_1 \\
\dot{z}_2 &= \dot{x}_2 = \eta_6 x_2 + u_2 = \eta_6 z_2 + u_2 \\
\dot{z}_3 &= 2 x_1 \dot{x}_2 \\
&\simeq 2\eta_1 x_1^2 + 2\eta_2 x_1 x_2 + 2\eta_3 x_1^2 + 2\eta_5 x_1 u_1 \\
&= 2\eta_1 z_3 + 2\eta_2 z_4 + 2\eta_3 z_6 + 2\eta_5 z_1 u_1 \\
\dot{z}_4 &= x_1 \dot{x}_2 + \dot{x}_1 x_2 \\
&\simeq (\eta_1 + \eta_6)\, x_1 x_2 + \eta_2 x_2^2 + \eta_3 x_1^2 x_2 + \eta_5 x_2 u_1 + x_1 u_2 \\
&= (\eta_1 + \eta_6)\, z_4 + \eta_2 z_5 + \eta_3 z_7 + \eta_5 z_2 u_1 + z_1 u_2
\end{aligned} \tag{18}
$$

となり，以降同様に z の時間微分を計算することで，推定対象 (17) 式は次の状態空間表現を得る．

$$
\begin{aligned}
\dot{z} &= A_0 z + \sum_{i=1}^{2} A_i z u_i + B u, \quad u = [u_1, u_2]^T \\
y &= C z
\end{aligned} \tag{19}
$$

ただし，各係数行列は以下のようになり，入力変数ベクトルは $u = [u_1, u_2]^T$ である．

$$
A_0 = \begin{bmatrix}
\eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & 0 & 0 & \eta_4 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \eta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 2\eta_1 & 2\eta_2 & 0 & 2\eta_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \eta_1+\eta_6 & \eta_2 & 0 & \eta_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 2\eta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\eta_1 & 3\eta_2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\eta_1+\eta_6 & 2\eta_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_1+2\eta_6 & \eta_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\eta_6
\end{bmatrix} \tag{20}
$$

$$
A_1 = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2\eta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \eta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 3\eta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 2\eta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \eta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \tag{21}
$$

$$
A_2 = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&2&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&2&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&3&0&0&0&0 \end{bmatrix}
$$

$$
B = \begin{bmatrix} \eta_5 & 0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}^T
$$

$$
C = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0 \end{bmatrix}
$$

3.4　双線型オブザーバの構成

Joachim の手法[8] をもちいてシステムの双線型オブザーバの設計をおこなう．状態変数ベクトル $z \in \mathbb{R}^9$ で近似された双線型システムは

$$
\begin{aligned}
\dot{z} &= A_0 z + \sum_{i=1}^{2} A_i z u_i + Bu \\
y &= Cz
\end{aligned} \tag{22}
$$

である．

測定可能な状態を y_m，測定不可能な状態を y_u とすると，z は行列 V_1，V_2 をもちいて

$$
z = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m \\ y_u \end{bmatrix} = V_1 y_m + V_2 y_u \tag{23}
$$

と表せる．また，$z = [x, x^{[2]}, x^{[3]}]^T, x = [x_1, x_2]^T$ であるため，変換行列 E をもちいて

$$
x = Ez
$$

$$
E = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \end{bmatrix}^{2\times 9} \tag{24}
$$

また，(36) 式で求められる変換行列 T を用いて新たな状態ベクトル $\zeta = Tz$ を定義する．この ζ を用いて (24) 式を

$$
x = G\zeta + Hy_m \tag{25}
$$

のように表現する．ここで，G，H は適当な定数行列である．これらの関係より次の定理が導ける．

[定理 1]

システム (22) に対して，y_m と u を入力とする新たなシステム

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{\zeta}} &= F\hat{\zeta} + \sum_{i=1}^{r} TA_i V_1 y_m u_i + TBu + Ly_m \\
\hat{x} &= G\hat{\zeta} + Hy_m \\
y_m &= [x_1, x_1^2, x_1^3]^T
\end{aligned} \tag{26}
$$

を考える．各係数行列 F，G，H，T，L が

$$
\mathrm{Re}\,(\lambda\,(F)) < 0 \tag{27}
$$

$$
TA - FT = LC \tag{28}
$$

$$
TA_i V_2 = 0, \quad i = 1, 2 \tag{29}
$$

$$
GT + HC = E \tag{30}
$$

を満足するとき，システム (25) は

$$
\lim_{t\to\infty} |x - \hat{x}| = 0 \tag{31}
$$

となるような推定誤差 $e = Tz - \zeta$ が漸近安定となるような，線型な誤差ダイナミクス

$$
\dot{e} = Fe \tag{32}
$$

をもつ．ここで，$\lambda\,(F)$ は行列 F の固有値である．この係数行列 F，G，H，T，L は次の定理により求められる．

[定理 2]

$\overline{n} \times \overline{n}$ 行列 F が行列 A_0 とは異なる個別の固有値 $\overline{\lambda}$ をもち，F の左固有ベクトル W をもちいて

$$
F = W^{-1}\mathrm{diag}\left(\overline{\lambda}\right)\mathrm{W} \tag{33}
$$

で表されると仮定する．さらに対 (C, A) が可観測であるとする．このとき，

$$L = W^{-1} \begin{bmatrix} \overline{p}_1^T \\ \vdots \\ \overline{p}_{\overline{n}}^T \end{bmatrix} \tag{34}$$

に対する Sylvester 方程式

$$TA_0 - FT = LC \tag{35}$$

の解 T は

$$T = W^{-1} \begin{bmatrix} \overline{p}_1^T C \left(A_0 - \overline{\lambda}_1 I_{\overline{n}}\right)^{-1} \\ \vdots \\ \overline{p}_{\overline{n}}^T C \left(A_0 - \overline{\lambda}_{\overline{n}} I_{\overline{n}}\right)^{-1} \end{bmatrix} \tag{36}$$

であたえられる．ここで，$\operatorname{rank}(T) = \overline{n}$ であり，$\overline{p}_\mu^T$，$\mu = 1, \ldots \overline{n}$ は自由に割り当てられる h 次元パラメータベクトルである．このパラメータベクトルは次の行列方程式を解くことにより得られる．

$$\begin{aligned} &\overline{p}_\mu^T C \left(A - \overline{\lambda}_\mu\right) A_i V_2 = 0^T, \\ &\mu = 1, \ldots, \overline{n} \quad i = 1, \ldots, r \end{aligned} \tag{37}$$

また，G，H は T をもちいた線型方程式

$$\begin{bmatrix} G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} = E \tag{38}$$

により求められる．

オブザーバ固有値を $\overline{\lambda} = -40$ とすると，(33) 式より $F = -40$，$W = 1$ となる．また，パラメータベクトルは (37) 式により求められる．本研究では

$$\overline{p} = \begin{bmatrix} 1 & -2.074 \times 10^{-7} & -8.169 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \tag{39}$$

を採用した．オブザーバゲイン L は (34) より．$W = 1$ では $L = \overline{p}^T$ である．したがって，

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -2.074 \times 10^{-7} & -8.169 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \tag{40}$$

である．また，変換行列 T も (36) 式よりパラメータベクトルをもちいて計算される．これにより，

$$T = \begin{bmatrix} 2.565 \times 10^{-2} \\ 6.028 \times 10^{-1} \\ -5.463 \times 10^{-9} \\ -2.639 \times 10^{-7} \\ -6.544 \times 10^{-6} \\ -2.235 \times 10^{-7} \\ 2.658 \times 10^{-14} \\ 1.357 \times 10^{-12} \\ 3.564 \times 10^{-11} \end{bmatrix}^T \tag{41}$$

となる．最後に (41) 式により求めた T を (38) 式に代入し，一般化逆行列をもちいて G，H を求め．ここで，本研究における状態ベクトルの次元は 2 次元で，Carleman linearization 後の次元は 9 であるので，E は

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{42}$$

となる．したがって，G，H は

$$\begin{aligned} G &= \begin{bmatrix} 5.111 \times 10^{-21} \\ 1.659 \end{bmatrix} \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & -4.256 \times 10^{-2} \\ -5.111 \times 10^{-22} & 9.063 \times 10^{-9} \\ -5.277 \times 10^{-21} & 3.707 \times 10^{-7} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \tag{43}$$

となる．

したがって，システム (17) のオブザーバ (26) は

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\zeta}} &= -40\hat{\zeta} + \begin{bmatrix} 5.575 \times 10^{-5} \\ -3.421 \times 10^{-3} \\ 0 \end{bmatrix}^T y_m u_1 \\ &+ \begin{bmatrix} 2.638 \times 10^{-7} \\ 2.658 \times 10^{-14} \\ 0 \end{bmatrix}^T y_m u_2 + \begin{bmatrix} 1.309 \times 10^{2} \\ 6.018 \times 10^{-1} \end{bmatrix}^T u \\ \hat{x} &= \begin{bmatrix} 5.111 \times 10^{-17} \\ 1.659 \end{bmatrix} \hat{\zeta} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 & -4.256 \times 10^{-2} \\ -5.111 \times 10^{-22} & 9.063 \times 10^{-9} \\ -5.277 \times 10^{-21} & 3.707 \times 10^{-7} \end{bmatrix}^T y_m \end{aligned}$$

となる．

4. おわりに

本研究では，マルチコプタの推進系を想定し，モータトルク特性の多項式モデルを用いて，プロペラトルクを推定するための双線型オブザーバを Carleman linearization により構成した．

参考文献

1) L.Pivano, et. al., ”A Four-Quadrant Thrust Estimation Scheme for Marine Propellers: Theory and Experiments”, IEEE Trans. on Cont. Sys. Tech., Vol. 17, Issue: 1, Jan. (2009), 1-12

2) Ronald R. Mohler, “Bilinear Control Processes”, ACADEMIC PRESS, (1973), 1-11

3) Krzysztof Kowalski, Willi-Hans Steeb, “Nonlinear Dynamical Systems and Carleman Linearization”, World Scientific, (1991), 7-8, 11-12, 83-93

4) 加藤誠，嘉納秀明，増淵正美,「多項式非線形系に対する状態観測器」，計測自動制御学会論文集，Vol.17，No.1，(1981)，8-15

5) J.Krener, “Linearization and bilinearization of control systems”, Proceedings of the Allerton conference on circuit and system theory, (1974)

6) Negar Hashemian, Antonios Armaou, “Fast Moving Horizon Estimation of Nonlinear Processes via Carleman Linearization”, American Control Conference, (2015), 3379-3385

7) Luca Pivano, Tor Arne Johansen and Øyvind N. Smogeli ”A Four-Quadrant Thrust Estimation Scheme for Marine Propellers: Theory and Experiments”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Volume: 17, Issue: 1, Jan. 2009

8) Joachim Deutscher, “Asymptotically exact input-output linearization using Carleman linearization”, IEEE, 2003 European Control Conference, (2003)