

機械学習を用いた物理振り子群における同期現象の予測と評価

Prediction and Evaluation of Synchronization Phenomena in a Group of Physical Pendulums Using Machine Learning

○田中裕人*, 沓澤京*, 大脇大*, 林部充宏*

○ Yuto Tanaka*, Kyo Kutsuzawa*, Dai Owaki*, Mitsuhiro Hayashibe*

*東北大学

*Tohoku University

キーワード: 同期現象 (synchronization phenomena), 機械学習 (machine learning), 時系列予測 (time series forecast)

連絡先: 〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01 東北大学 青葉山キャンパス 機械系共同棟
503 田中裕人 Tel.:022-795-6970 Fax.:022-795-6971 E-mail: yuto.tanaka.r8@dc.tohoku.ac.jp

1. 緒言

1.1 研究背景

同期現象とは、異なるリズムを持つ単純な要素（振動子）同士が互いに影響しあい、次第にそのリズムが揃っていく現象のことをいう。この同期現象は自然科学から人文社会まで様々な場面で観測されている。有名な例としてメトロノームやホタルの発光、化学反応の一種である BZ 反応、ミレニアム橋の横揺れなどが挙げられる。

時として同期現象は機能的なふるまいをすることが知られている。ヒトの脳においては大小さまざまなレベルでの同期現象が観察されている。たとえば人間の脳においては視覚や聴覚などの感覚器官が受け取る情報は、ニューロンの同期により統合される¹⁾といわれている。また、てんかんはニューロンの異常な同期発火によって引き起こされることが知られており、この異

常な同期を事前に予測することで、てんかんによる事故やケガの回避につながると考えられている。そのため、神経科学において同期ダイナミクスの予測、解析を対象とした研究は少なくない。

1.2 本研究の目的

これまで述べたように、同期現象は自然界の様々な現象に密接に関わっており、物体のふるまいに大きな影響をもたらす。そのため、同期ダイナミクスの予測、解析の研究は同期現象の機能的振る舞いを誘発あるいは阻止するにあたって大変重要であるといえる。

これまでなされてきた同期現象に関する研究の多くは、複雑な振動子系を対象にしたものであり、より基本的な振り子の同期現象を予測、解析した研究は少ない。また、予測手法は力学的理論をベースにしたものが主流であり、機械学習を用いて同期現象の予測、解析を行った研

究も同様に少ない²⁾。そこで、本研究ではより単純な同期現象である振り子の同期を条件設定がしやすい物理シミュレーションにより再現し、機械学習を用いて様々な条件下でそのダイナミクスがどのように変化するかを予測し、また、どの機械学習モデルが同期現象の予測に最適かを調査する。

2. 振り子の同期現象の再現

物理シミュレーション MuJoCo を使用して振り子の同期現象を再現した。MuJoCo において次のような環境を設定した。板を天井から4本の糸でつるし、左右に自由に動くようにする。その板に N 個の棒とおもりからなる振り子を等間隔に設置する。振り子は質量のないモータにより、振幅や角振動数が一定となるように左右にトルクを与えられている。振り子の角度は制御せず、一様分布に従うランダムな初期値を与え、 -30° から $+30^\circ$ の範囲で変化する。また、質量やトルクの違いが同期ダイナミクスに影響を与えないよう、全体のトルクおよび質量は N に関わらず一定とした。

振り子の質量や糸の長さを適切に設定すると、振り子が板を介して相互作用を及ぼし合い、同期現象（同相同期）が起きた。また、シミュレーション中の振り子の角度や板の位置、速度などを 1step を 0.01 秒とし、シミュレーション開始から 30000step（振り子の同期を観測するのに十分な時間）を記録した。シミュレーションの様子を以下図 1-2 に示す。

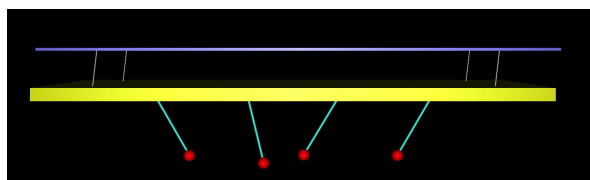


Fig. 1: シミュレーション開始直後の非同期の状態

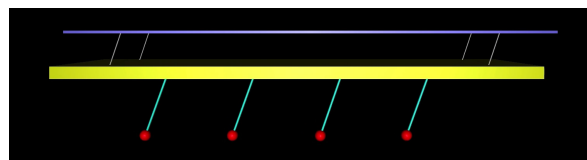


Fig. 2: シミュレーション開始から十分に時間が経ち、振り子が同期した状態

3. 同期ダイナミクスの評価

同期の度合いを表す秩序パラメータ r を次のように定める。

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} e^{i\theta_j} \quad (1)$$

ただし、 ψ は位相平均、 i は虚数単位である。これは複素平面上での単位円上を偏角 θ_j で運動する振動子の重心ベクトルを表現しており、特に振幅である r ($0 \leq r \leq 1$) を同期度合いの指標として用いる。各振動子の位相差が大きい場合は r の値は小さくなり、0 に近づく (図 3)。逆に各振動子の位相が同期している場合には値が大きくなり 1 に近づく (図 4)。このようにして簡易的に同期度合いを評価することができる。

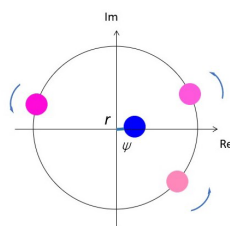


Fig. 3: 非同期

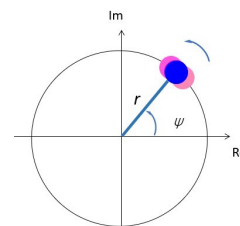


Fig. 4: 同期

4. 同期度合いの予測

同期ダイナミクスの変化を見るために、振り子の数 N を変えながら、同期度合いに関して時系列予測を行った。学習区間からどれだけの区間の予測が可能か、予測モデルによる予測性能の違いなどを調べた。

4.1 手法

振り子の数 N (3-15) に対してそれぞれ10回ずつ2節で述べたシミュレーションを行い、同期度合い r の時系列データを得た。

それぞれの試行におけるシミュレーション開始後の200step (実時間10秒) の r の値を訓練データとし、その直後の r の値を予測地点を20step (実時間1秒) ずつずらしながら10回予測した。モデルへの入力は40step, 出力を20stepとし、2回目以降の予測は出力を入力に使用して再帰的に予測した。比較に使用したモデルはKalman filter³⁾, ARIMA (Autoregressive integrated moving average)⁴⁾, RNN (Recurrent neural network), N-BEATS (Neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting)⁵⁾, Transformer⁶⁾, LightGBM⁷⁾である。いずれも時系列予測における代表的なモデルとして知られる。モデルのパラメータは各試行における予測誤差の和が最小となるように最適化した。また、各モデルの予測が適切になされているかを確認するため、予測の基準となるベースラインを設定した。本実験では、学習区間における r の平均値をベースラインとした。予測誤差はRMSE (二乗平均平方根誤差) によって評価した。

4.2 結果および考察

$N = 3$ のときの実際の予測の様子を図5に示す。ここで、横軸は時刻、縦軸は同期度合い r を表している。

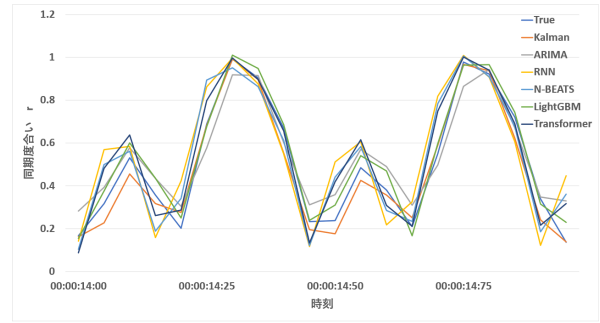


Fig. 5: 実際の予測の様子 $N = 3$

また、各 N における予測開始からの各モデルのRMSEの時間変化を図6-12に示す。横軸は予測開始からの時間 [s], 縦軸はRMSEを表している。

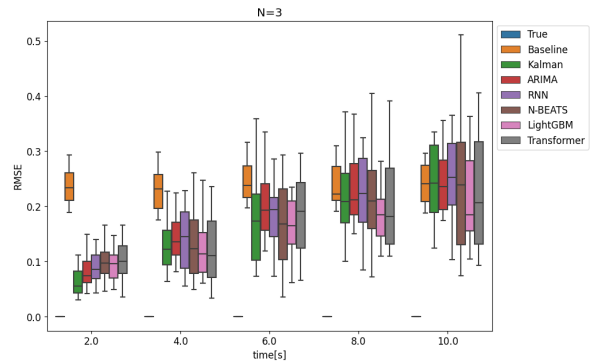


Fig. 6: $N = 3$ における RMSE

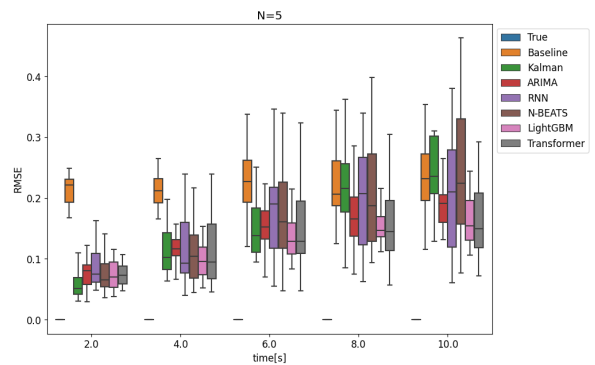


Fig. 7: $N = 5$ における RMSE

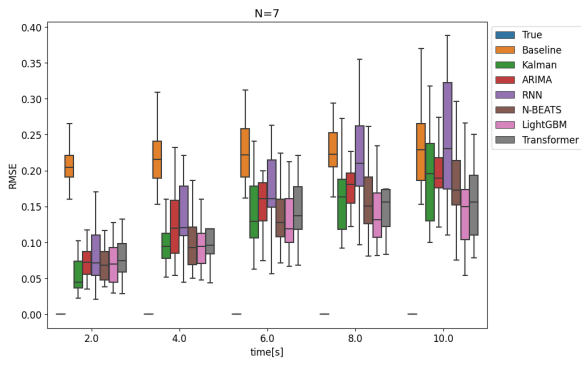


Fig. 8: $N = 7$ における RMSE

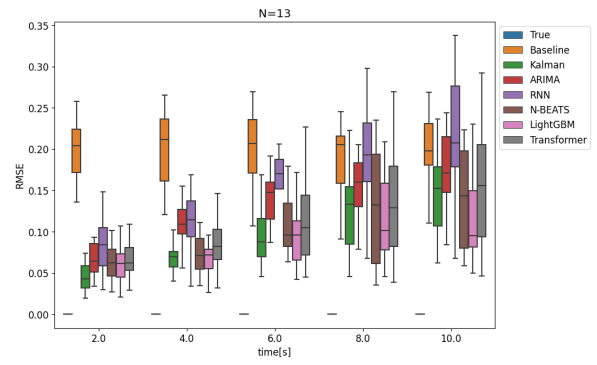


Fig. 11: $N = 13$ における RMSE

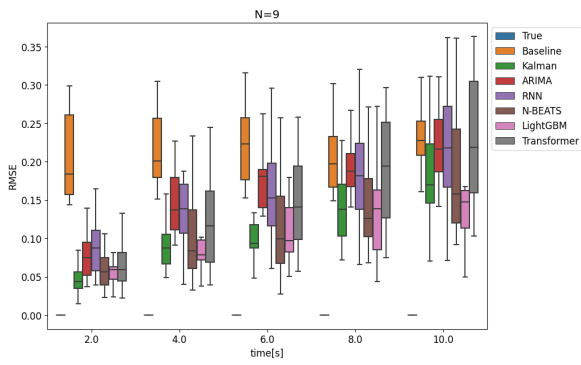


Fig. 9: $N = 9$ における RMSE

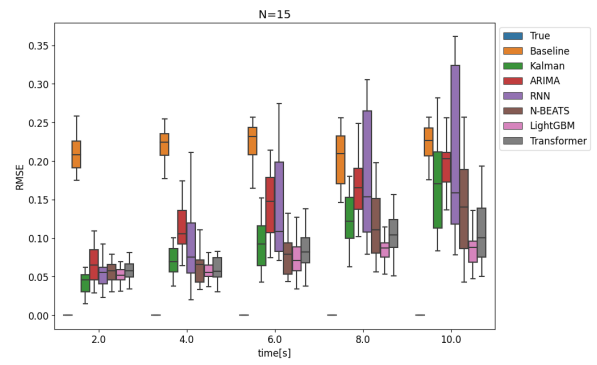


Fig. 12: $N = 15$ における RMSE

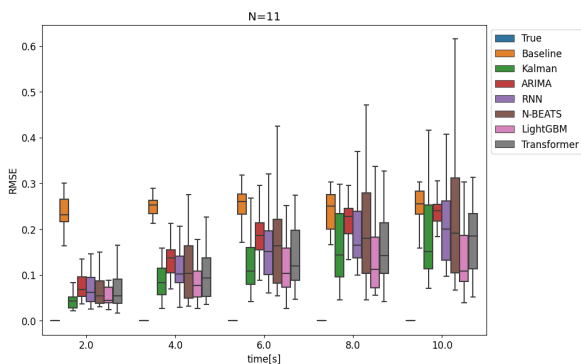


Fig. 10: $N = 11$ における RMSE

予測開始からそれぞれ 2, 4, 6, 8, 10 秒後における N ごとの RMSE を図 13-17 に示す. 横軸は振り子の数 N , 縦軸は RMSE を表している.

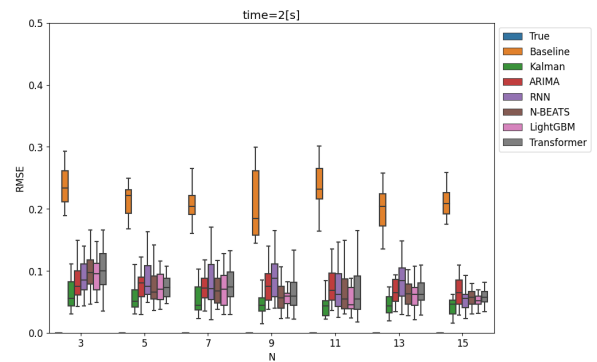


Fig. 13: 予測開始から 2 秒後における RMSE

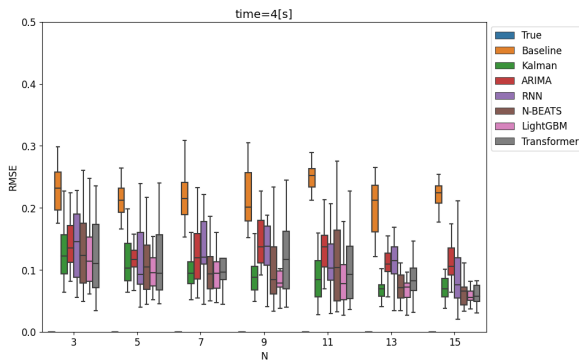


Fig. 14: 予測開始から 4 秒後における RMSE

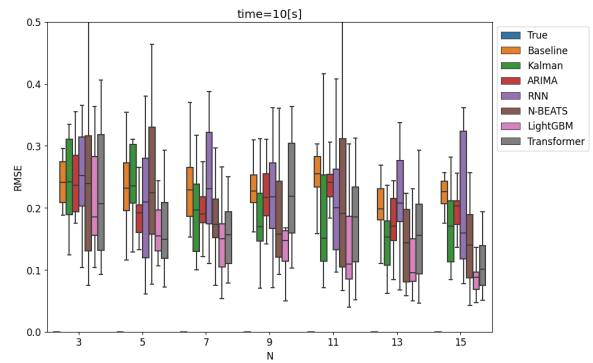


Fig. 17: 予測開始から 10 秒後における RMSE

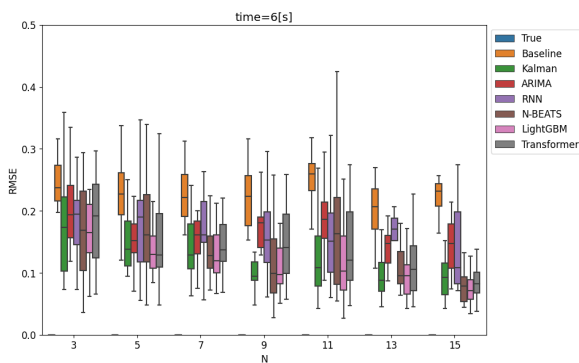


Fig. 15: 予測開始から 6 秒後における RMSE

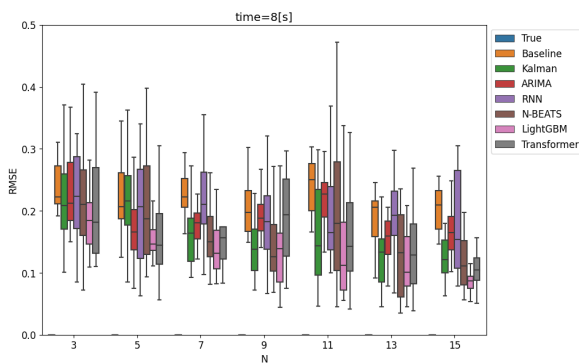


Fig. 16: 予測開始から 8 秒後における RMSE

図 6-12 が示すように予測開始からの時間が増加するにつれて、どのモデルも予測誤差が増加していることがわかる。概ね 10 秒程度でベースラインとの差がほとんどなくなり、それ以上の予測が困難になる。LightGBM は上記のモデルの中でも特に予測誤差が小さい。LightGBM は決定木の勾配ブースティングをベースとした機械学習フレームワークであり、ほかのモデルと比較して高速に学習できる。LightGBM は精度、学習速度の両面で同期ダイナミクスの予測に最も適していると考えられる。

当初、 N が増えるとダイナミクスの複雑さも増し、予測誤差は増加すると考えていたが、実際には図 13-17 において、予測誤差はわずかに減少していた。これは N が増えたことで、振動子間での相互作用が強まり、ダイナミクスの複雑性が減少したことにより、同期度合い r が予測しやすい変化をするようになったためと考えられる。

5. 同期までの時間の予測

図 6-12 から、同期度合いの時系列予測は 10 秒程度の予測が限界であり、振り子が同期するまでの時間を前もって正確に予測するのは難しいと考えられる。また 4 節における同期度合いの時系列予測では、図 18 からわかるように同期遷移時の急激な傾向の変化を捉えきれない。したがって、同期度合いから同期を予測するので

はなく、同期するまでの時間を直接予測することで振り子の同期予測を試みた。

また本実験における説明変数として、短時間の間に激しく増減を繰り返す同期度合いは適さず、学習が上手くいかなかったため、単調に増加する板の力学的エネルギー（図 19）を使用した。

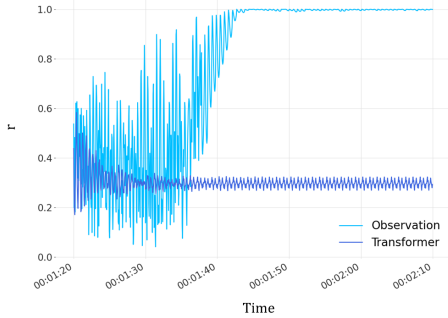


Fig. 18: Transformer を用いて r を予測した図

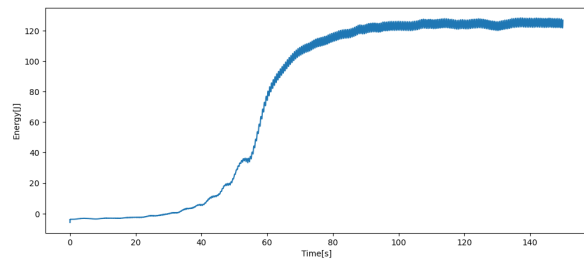


Fig. 19: 板の力学的エネルギー

5.1 手法

振り子の数 N (3-8), 天井と板をつなぐ紐の長さ l (0.25-0.35m) をランダム（一様分布に従う）に変えた 300 回のシミュレーションデータを生成し、そのうち 240 回のデータを用いて学習を行った。残りの 60 回を 30 回ずつに分けそれぞれ検証データ、テストデータとした。

予測はシミュレーション開始直後から振り子が同期するまで 5 秒毎に行い、直前の 20step（実時間 10 秒）の板の力学的エネルギーをモデルの入力、同期するまでの時間を出力とした。予測誤差を各モデル DNN (Deep Neural Network, 全結合型), CNN (Convolutional Neural Network), LSTM (Long Short-Term Memory)⁸⁾,

XGBoost (eXtreme Gradient Boosting)⁹⁾ で比較した。各モデルのパラメータは予測誤差が最小となるように最適化した。

5.2 結果および考察

各モデルにおける予測誤差を図 20 に示す。横軸は実際の同期までの時間 [s], 縦軸は予測誤差 [s] を表している。

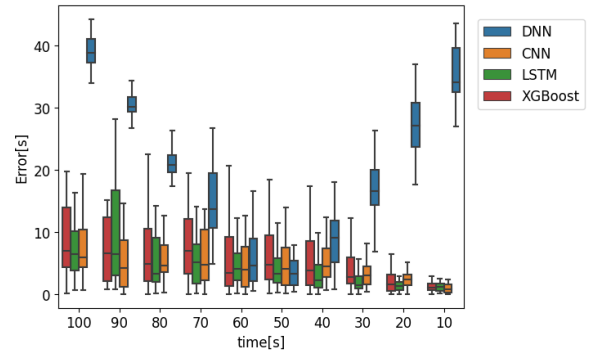


Fig. 20: 予測誤差

また、各モデルにおける N ごとの予測誤差を図 21 に示す。横軸は振り子の数 N , 縦軸は予測誤差 [s] を示している。

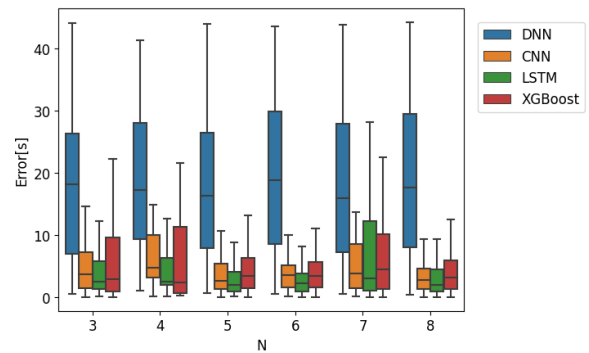


Fig. 21: N ごとに比較した予測誤差

図 20 から同期までの時間が減少するにつれて、予測誤差も減少していることがわかる。また DNN 以外のモデルは同期 30 秒前においても概ね誤差 5 秒程度で予測できており、実用的にも十分な予測精度といえる。CNN や LSTM は他のモデルと比較して予測誤差が小さかった。

これは台のエネルギーは時系列データであり, CNN, LSTM は時系列の特徴を上手く捉えることができたためと考えられる.

図 21 から予測誤差は N に依らず一定だった. これは本実験においては同期するまでの時間を直接予測するため, 振り子の数等の同期ダイナミクスが予測に大きく関与しなかったためと考えられる.

6. 結言

6.1 本研究の成果

本研究において, 物理シミュレーションを用いて同期現象を再現し, 機械学習を用いてそのダイナミクスを予測した. 同期度合いの予測に関しては短期的な予測であれば LightGBM などの機械学習モデルを用いることで十分に予測できることを確認した. 時系列予測において長期的な予測は難しかったが, 同期までの時間を直接的に予測することにより, 非同期から同期への遷移を予測することに成功した. 特に LSTM などのモデルを用いることで同期の 30 秒程前でもおおよそ 5 秒の誤差で同期を予測することができた.

6.2 課題および展望

本研究における課題として振り子の数 N による比較が不十分であったことが挙げられる. 比較する N を増やすことにより, 広い範囲で同期ダイナミクスがどのように変化するかを調査したい. また同期までの時間の予測において, 説明変数として天井に取り付けられた板の力学的エネルギーを使用することで同期を予測することができたが, これがより複雑な結合振動子を対象とした場合, どのようなものとなるかを検討したい. 神経系などのより複雑な振動子系に対しても本手法が有効であることを示すことが

できれば, てんかんなどの同期現象が関連する疾病の予防や治療にもつながると考えられる.

参考文献

- 1) Emmanuelle Tognoli and JA Scott Kelso. The metastable brain. *Neuron*, Vol. 81, No. 1, pp. 35–48, 2014.
- 2) Francisco A Rodrigues, Thomas K DM Peron, Peng Ji, and Jürgen Kurths. The kuramoto model in complex networks. *Physics Reports*, Vol. 610, pp. 1–98, 2016.
- 3) Rudolph Emil Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. 1960.
- 4) George EP Box, Gwilym M Jenkins, Gregory C Reinsel, and Greta M Ljung. *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, 2015.
- 5) Boris N Oreshkin, Dmitri Carпов, Nicolas Chapados, and Yoshua Bengio. N-beats: Neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting. *arXiv preprint arXiv:1905.10437*, 2019.
- 6) Alan Lukežić, Tomas Vojir, Luka Čehovin Zajc, Jiri Matas, and Matej Kristan. Discriminative correlation filter with channel and spatial reliability. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 6309–6318, 2017.
- 7) Guolin Ke, Qi Meng, Thomas Finley, Taifeng Wang, Wei Chen, Weidong Ma, Qiwei Ye, and Tie-Yan Liu. Lightgbm: A highly efficient gradient boosting decision tree. *Advances in neural information processing systems*, Vol. 30, , 2017.
- 8) Sepp Hochreiter and Jürgen Schmidhuber. Long short-term memory. *Neural computation*, Vol. 9, No. 8, pp. 1735–1780, 1997.
- 9) Tianqi Chen and Carlos Guestrin. Xgboost: A scalable tree boosting system. In *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining*, pp. 785–794, 2016.