

## 超音波風速計測へのカルマンフィルタの応用

## Application of Kalman Filter to Ultrasonic Wind Velocity Measurement

○土本 竜大\*, 佐藤 淳\*\*

○ Ryudai Tsuchimoto\*, Atsushi Satoh\*\*

\*岩手大学大学院, \*\*岩手大学

\*Graduate School of Iwate University, \*\*Iwate University

キーワード： 風速計測 (wind velocity measurement), 超音波風速計 (ultrasonic anemometer),  
カルマンフィルタ (Kalman filter), 位相差法 (phase shift method)

連絡先： 〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5 岩手大学 理工学部 システム創成工学科  
佐藤 淳, Tel.: 019-621-6404, Fax: 019-621-6404, E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

## 1. 緒言

音波を使った風速計測は, Schotland による球面波の伝播モデルの提案<sup>1)</sup>を皮切りに, 音波の伝播時間を計測し風速を計算する方法が研究されてきた. 現在市販されている超音波風速計の最も一般的な計測方法はパルス時間差法である. パルス時間差法は図 1 のように 2 組のトランスデューサを同一軸方向逆向きに設置し, 超音波パルスの伝播時間差から風速を計測する手法である. しかし, 実用上はパルスを発信してから次のパルスを発信するまで 100[ms] 程度の待ち時間を要するため, 例えばより短い計測周期を必要とする飛行制御へ利用するためには不向きである.

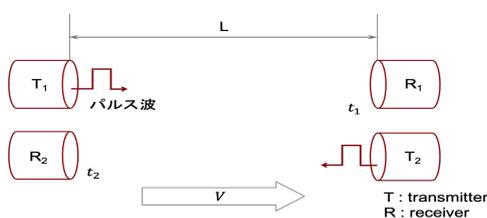


Fig. 1 パルス時間差法

一方, より短い計測周期での計測を可能とする手法として, 位相差法がある. 位相差法とは, 送信器から超音波の連続波を送信し, 受信器での受信信号との位相差, および音速の情報から風速を計測する方法である.

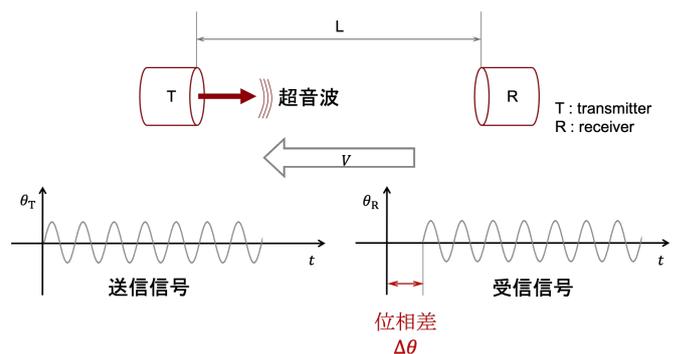


Fig. 2 位相差法

送信器の駆動信号と受信器での受信信号の位相差を  $\Delta\theta$  (絶対位相差) とする. 受信側で二つの正弦波信号から位相差を求める際, 一意的に決められるのは  $(-\pi, \pi]$  の範囲であるため, これを  $\psi$  (受信器位相) とおけば絶対位相差は次のように表される.

$$\Delta\theta = 2\pi n + \psi \quad (1)$$

(1) 式の  $n$  は波数を表し,  $n \geq 0$  の整数値を取る.  $2\pi n$  は送受信信号の情報だけでは確定しない位相成分を表す.

位相差法で風速を計測するためには絶対位相差を知る必要があるため, 何らかの方法で波数の情報を得る必要がある.

また, カルマンフィルタは GPS 計測において利用されている<sup>2)</sup>. 受信器の座標を得るには搬送波位相に含まれる衛星と受信器間の波数の情報が必要であり, 座標と波数を状態量として同時に推定している. 本研究は GPS 計測と超音波風速計測における波数推定という共通点からカルマンフィルタを利用する着想を得た.

本研究では佐々木らによって提案された 3 次元風速の計算方法<sup>9)</sup> にもとづき, 拡張カルマンフィルタを用いて波数を推定する方法を提案する. また数値実験によりその有効性を確認する.

## 2. 音波による風速の計測原理

### 2.1 位相差と計測軸方向風速との関係

計測軸に直交する風速の影響を無視し, 近似的な伝播モデルを作成すると, 図 2 の絶対位相差  $\Delta\theta$  は (2) 式のように表される. ここで,  $\omega$  は超音波の周波数,  $L$  は送受信器間距離,  $C$  は音速,  $V_d$  は風速の計測軸方向成分を表す.

$$\Delta\theta = \frac{\omega L}{C + V_d} \quad (2)$$

(1), (2) 式より, 受信側で計測できる位相  $\psi$  は次式のように表せる.

$$\psi = -2\pi n + \frac{\omega L}{C + V_d} \quad (3)$$

### 2.2 風速の計算方法

本研究では簡単のために 2 次元風速の計測を考える. 計測軸は  $k$  本あると仮定し, 計測部に固定された  $xy$  座標と  $i$  番目の計測軸ベクトル  $M_i$  および, 2 次元風速ベクトル  $V$  がなす角を図 3 のように定義する.

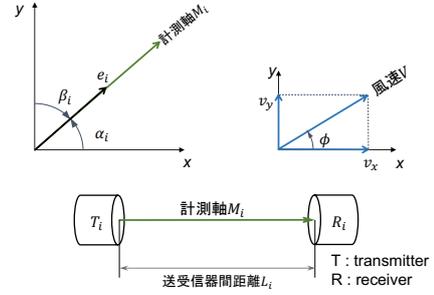


Fig. 3 計測軸と風速ベクトルの定義

図 3 より,  $M_i$  方向の単位ベクトルを  $e_i$  とおけば次のように表せる.

$$e_i = [\cos \alpha_i \quad \cos \beta_i]^T \quad (4)$$

2 次元風速ベクトルを  $V = [v_x \quad v_y]^T$  とおくと,  $M_i$  方向の風速成分  $V_i$  は次のように表せる.

$$V_i = v_x \cos \alpha_i + v_y \cos \beta_i \quad (5)$$

また,  $i$  番目の計測軸における絶対位相差を  $\Delta\theta_i$  とおけば, (2), (5) 式より, 次式が成立する.

$$C + v_x \cos \alpha_i + v_y \cos \beta_i = \frac{\omega L_i}{\Delta\theta_i} \quad (6)$$

$k$  本の計測軸について

$$Ax = b \quad (7)$$

$$x := [C \quad v_x \quad v_y]^T$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \alpha_k & \cos \beta_k \end{bmatrix}$$

$$b := \left[ \frac{\omega L_1}{\Delta\theta_1} \quad \dots \quad \frac{\omega L_n}{\Delta\theta_k} \right]^T$$

であり, (7) 式を解いて  $C, v_x, v_y$  を求める.  $b \in \text{Im } A$  のとき (7) 式が一意な解を持つ必要条件是  $k \geq 3$  である. よって, 2 次元風速成分と音速を同時に計測するためには最低 3 本の計測軸が必要となる.<sup>8)9)</sup>

それぞれの計測軸で一意的に決められる位相差を  $\psi_i$  とすると, (3), (6) 式より以下のように表せる.

$$\psi_i = -2\pi n_i + \frac{\omega L_i}{C + v_x \cos \alpha_i + v_y \cos \beta_i} \quad (8)$$

## 3. 推定のアルゴリズム

カルマンフィルタを利用した波数と風速の推定アルゴリズムについて述べる. まず, Step1 では波数を推定し, Step2 では推定された波数を利用して風速および音速の推定を行う.

### 3.1 Step1 波数推定

観測量として得られる受信器位相  $\psi_i$  から、波数と風速成分を推定量として推定を行う。Step1 での推定量  $x_{est.}$ 、観測量  $y_{obs.}$  は以下の通りである。

$$x_{est.} = [C \quad v_x \quad v_y \quad n_1 \quad n_2 \quad n_3]^T$$

$$y_{obs.} = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3]^T$$

風速が一定とすれば、状態方程式は (9) 式のようになる。

$$x(k+1) = x(k) \quad (9)$$

観測方程式は受信器位相を観測量とするため、(8) 式で表されるが、この式は推定量について非線形である。したがって非線形なシステムに対し、拡張カルマンフィルタを適用するために各時刻の推定値周りに線形化した (10) 式を観測方程式とする。

$$y(k) = \frac{\partial y_{obs.}(x)}{\partial x(k)} x(k) + w(k)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial C} & \frac{\partial \psi_1}{\partial v_x} & \frac{\partial \psi_1}{\partial v_y} & \frac{\partial \psi_1}{\partial n_1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial C} & \frac{\partial \psi_2}{\partial v_x} & \frac{\partial \psi_2}{\partial v_y} & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial n_2} & 0 \\ \frac{\partial \psi_3}{\partial C} & \frac{\partial \psi_3}{\partial v_x} & \frac{\partial \psi_3}{\partial v_y} & 0 & 0 & \frac{\partial \psi_3}{\partial n_3} \end{bmatrix} x(k) + w(k)$$

$w(k)$  は平均値 0、分散  $R$  を持つ正規性白色雑音である。

また、推定によって得られるデータは実数値であるが、波数  $n_i$  は整数値であるため、カルマンフィルタによる波数の推定結果を四捨五入して波数を決定する。四捨五入した後の波数を  $N_i$  で表す。

### 3.2 Step2 風速推定

Step1 で求めた波数  $N_i$  を既知の量と見なして観測量へ含める。したがって、Step2 での推定量、観測量は以下のようになる。

$$x_{est.} = [C \quad v_x \quad v_y]^T$$

$$y_{obs.} = [\psi_1 + 2\pi N_1 \quad \psi_2 + 2\pi N_2 \quad \psi_3 + 2\pi N_3]^T$$

実際の風速の変化をモデリングすることはできないため、風速変化は雑音として扱う。よって、Step2 の状態方程式は (11) 式のようになる。

$$x(k+1) = x(k) + v(k) \quad (11)$$

$v(k)$  はシステム雑音で平均 0、分散  $Q$  を持つ正規性白色雑音とする。波数が既知なので観測量は絶対位相差の逆数を選ぶ。その結果、観測方程式 (13) 式は推定量について線形となるので計算量の少ない定常カルマンフィルタを用いることができる。

$$\psi_i + 2\pi N_i = \frac{\omega L_i}{C + v_x \cos \alpha_i + v_y \cos \beta_i} \quad (12)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega L_1} & \frac{\cos \alpha_1}{\omega L_1} & \frac{\cos \beta_1}{\omega L_1} \\ \frac{1}{\omega L_2} & \frac{\cos \alpha_2}{\omega L_2} & \frac{\cos \beta_2}{\omega L_2} \\ \frac{1}{\omega L_3} & \frac{\cos \alpha_3}{\omega L_3} & \frac{\cos \beta_3}{\omega L_3} \end{bmatrix} x(k) + w(k) \quad (13)$$

$w(k)$  は平均値 0、分散  $R$  を持つ正規性白色雑音である。

ここで、サンプル周期を  $\Delta k$  とすると、離散時刻 1 ステップでの計測位相  $\psi_i$  の変化速度は、(14) 式のように表せる。

$$\Delta \psi_i = \frac{\psi_i(k+1) - \psi_i(k)}{\Delta k} \quad (14)$$

風速が変化すると受信器での実際の計測位相の変化速度  $\Delta \psi_i$  は  $(-\pi, \pi)$  の範囲を超えることがある。位相計測のサンプル周期が風速変化の速度に対して十分短く取られておれば、離散時刻 1 ステップの間に起こり得る受信器位相の変化は  $(-\pi, \pi)$  を超えないことが保証される。そこでこの範囲を超えた変化があった場合は受信器位相  $\psi_i$  へ適当に  $\pm 2\pi$  を加算する。

## 4. 数値例

### 4.1 パラメータの設定

各種パラメータの値や Step1 での拡張カルマンフィルタの初期値は以下のように設定する。音速  $C$  は気温情報  $t[^\circ C]$  が得られるとすればある程度の精度で求められる。また、送信器から発信する超音波の周波数は既知であるため、風速が十分小さいとすれば送受信器間距離  $L$  から波数を概算することができるので初期状態推定値にはこれらの値を設定した。雑音の分散や共分散の値は試行錯誤により決定した。

Table 1 Step1 のパラメータ値

超音波周波数	$f = 25[\text{kHz}]$
システム雑音の分散	$Q_1 = 0$
観測雑音の分散	$R = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.1\}$
初期状態推定値	$\hat{x}(0) = [340 \quad 0 \quad 0 \quad 7 \quad 7 \quad 7]^T$
初期共分散	$P_1(0) = \text{diag}\{0.1, 10^5, 10^5, 0.01, 0.01, 0.01\}$

Step2 での初期状態推定値  $\hat{x}_2(0)$  は, Step1 での音速と風速の推定結果の最終値を用いる. 分散や共分散は以下のように設定する.

Table 2 Step2 のパラメータ値

システム雑音の分散	$Q_2 = \text{diag}\{0, 0.05, 0.05\}$
観測雑音の分散	$R = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.1\}$
初期共分散	$P_2(0) = \text{diag}\{10, 100, 100\}$

## 4.2 計測軸の配置

座標軸の原点に送信器を置き, 受信器をそれぞれ  $120^\circ$  ずつ離して設置する.

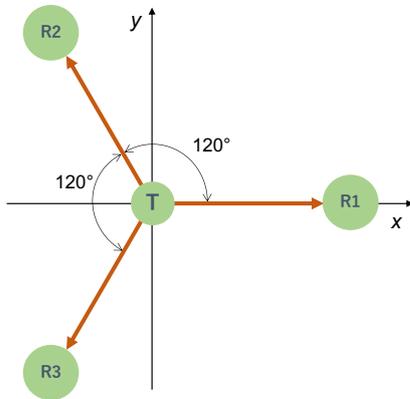


Fig. 4 計測軸の配置

## 4.3 風速の設定

Step1 では以下の値で一定の風速を仮定する.

$$v_x = 10[\text{m/s}] \quad (15)$$

$$v_y = 10\sqrt{3}[\text{m/s}] \quad (16)$$

Step2 では, 分散  $Q$  を持つ乱数ベクトルにローパスフィルタを適用して作った不規則な風速の変化を仮定する.

## 4.4 推定結果

MATLAB を用いて推定の計算を行った結果を以下の図 5, 7 に示す. また, 推定誤差を図 6, 8 に示す. Step1 では, 波数の推定値が真値に十分近づいた. Step2 では不規則に変化する風速の推定を行った. 真値に対する相対誤差について, 音速は 0.003% 程度で

あった. 風速は  $\pm 2\text{m/s}$  程度の誤差が生じた. なお推定成績は  $Q, R$  の選び方に依存するため, 実用する際は利用環境に応じたチューニングが必要となる.

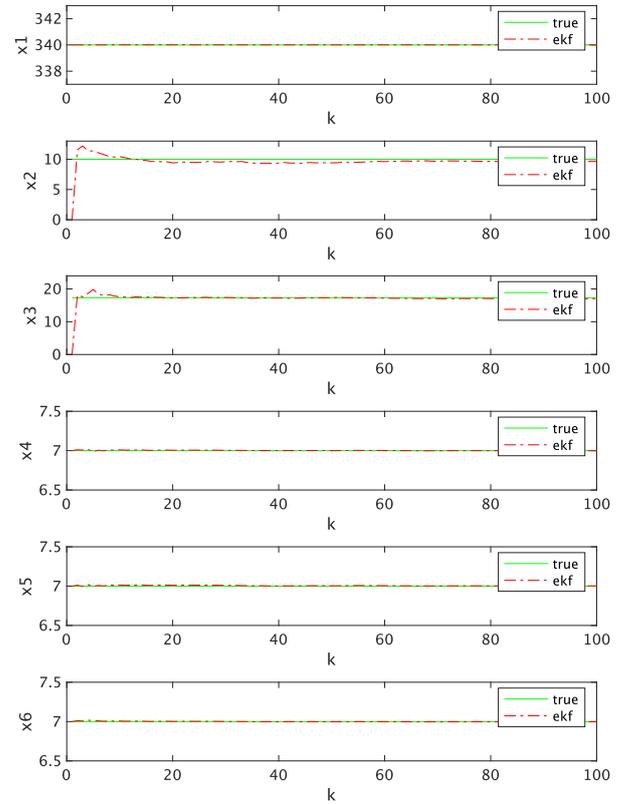


Fig. 5 Step1 の推定結果

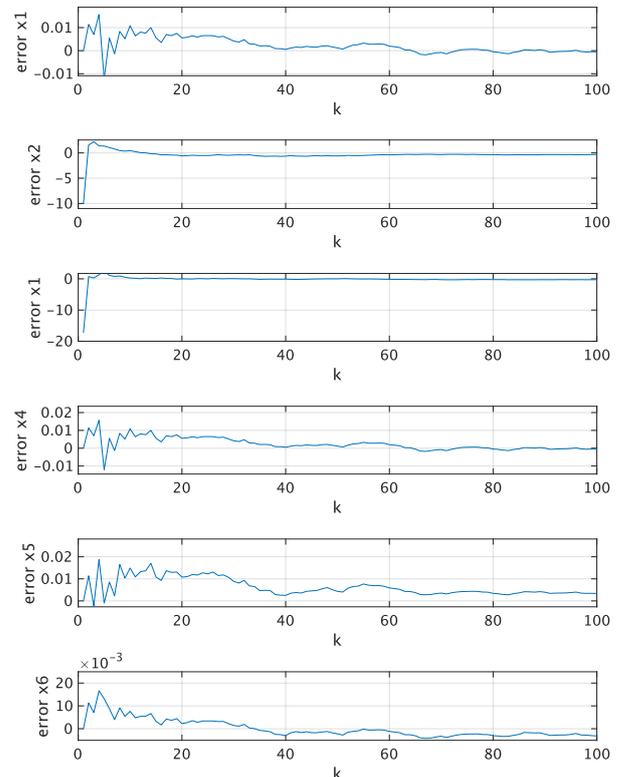


Fig. 6 Step1 の推定誤差

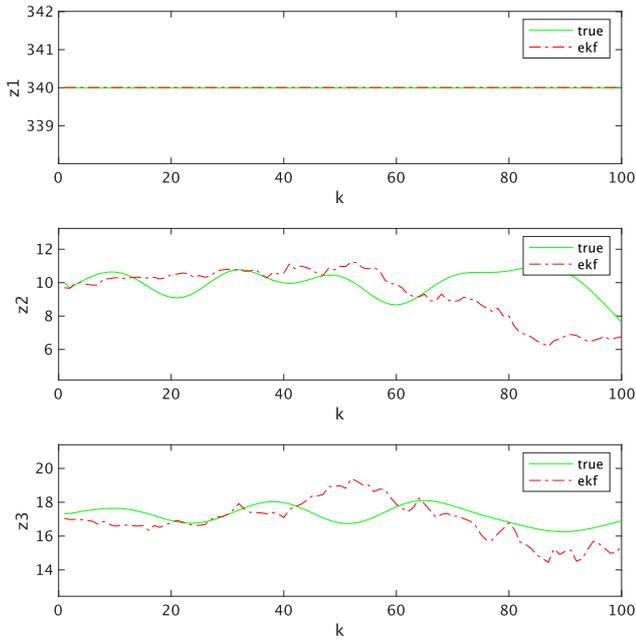


Fig. 7 Step2の推定結果

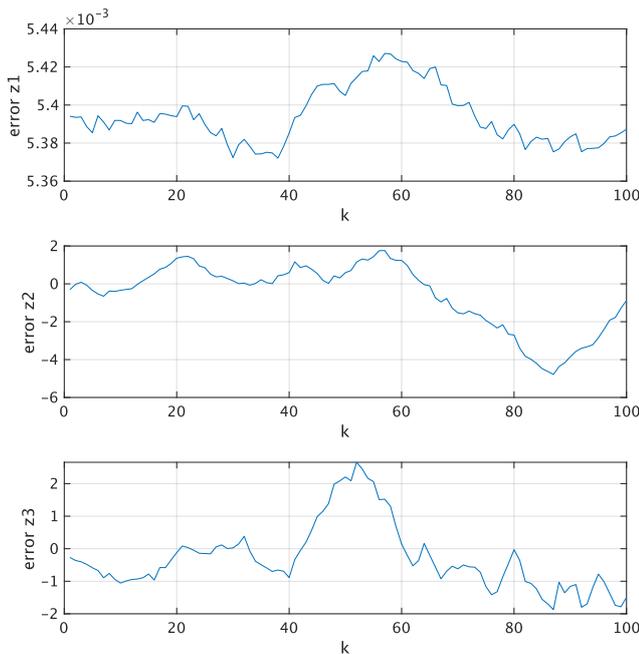


Fig. 8 Step2の推定誤差

## 5. 結言

パルス時間差法にもとづく超音波風速計には、実装上計測周期を短くすることが難しいという欠点がある。位相差法には原理的に計測周期の下限は存在しないが、風速計算のためには受信器位相に加えて、送受信器間に存在する波数の情報を得る必要がある。そこで本研究では佐々木ら<sup>9)</sup>が提案する風速計算方法に

もとづき、拡張カルマンフィルタを用いて波数を推定する手法を提案した。また、数値例により波数の推定が行えることを確認した。上記の手法で初期波数が推定されたあとは、各ステップで計測される受信器位相を積算することで絶対位相が求められることを利用して、計算負荷の小さい定常カルマンフィルタにより、風速および音速を推定する計測手続きを提案した。今後は実データを用いた有効性の検証を行う。

## 参考文献

- 1) R.M.Schotland: The measurement of wind velocity by sonic means, Journal of meteorology, volume 12, p.386-390, (1955)
- 2) 藤原道良, 杉本末雄: GPS 利用による基線長の推定アルゴリズム, システム制御情報学会論文紙, p.17-24,(1995)
- 3) V.E.Suomi: Energy budget studies at the earths surface and development of the sonic anemometer for power spectrum analysis, University of Wisconsin department of meteorology, (1957)
- 4) J.C.Kaimal, J.A.Businger: A continuous wave sonic anemometer-thermometer, Journal of applied meteorology, (1962)
- 5) 花房龍男, 藤谷徳之助: A new type of sonic anemometer-thermometer for field operation, 気象研究所研究報告, 第 33 巻, 第 1 号, p.1-19,(1982)
- 6) P.Wardkein, S.Prasertkul: Ultrasonic wind speed measurement based on phase shifting and Kalman filter, IEECON, (2018)
- 7) 足立修一, 丸田一郎: カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版局, p.96-97, (2012)
- 8) 高田知英ら: 超音波計測チャンネル数を最小とする多軸風速計測手法の提案, 岩手大学修士論文, (2021).
- 9) 佐々木健人ら: 複数の超音波伝播軸からの位相情報にもとづく風速ベクトルのワンステップ計算. 計測自動制御学会東北支部 第 337 回研究集会, 資料番号 337-7, (2022)