計測自動制御学会東北支部 40 周年記念学術講演会
2004 年 12 月 22 日，23 日　日本大学工学部

講演番号：B03

既約分解表現に基づいた物理パラメータの新しい同定法と故障診断への応用

○黒沢忠輝（八戸高専）　大日方五郎　川合忠雄（名古屋大学）佐藤勝俊（八戸高専）

A New Identification Method of A Physical Parameter Based on Left Co-prime Factorization and Its Application to Fault Diagnosis

*T. Kurosawa (Hachinohe National College of Technology), G. Obinata, T. Kawai (Nagoya University) and K. Sato (Hachinohe National College of Technology)

Abstract－ Many methods have been proposed for identifying linear systems. On the other hand, a few methods are known for estimating unknown physical parameters, which are not necessarily enough to express the subject dynamics. We can use such a method for estimating the parameter value of a brittle element, which means a kind of fault diagnosis. We have proposed the new identifying method for presuming only one physical parameter in a system. The new method is based on Youla parameterization, and the parameterization is applied to derive an input-output relation with respect to the target parameters. In this paper, It examines that this technique applies to fault diagnosis.

Key Words: Identification, Left Co-prime Factorization, Linear Fractional Transformation, Fault Diagnosis

1　はじめに

対象とするシステムの動特性を正確に表す数式モデルを得ることは，故障診断，制御系設計，状態量の推定などモデルベースの多くの技術の前提として重要である．これはモデリングやシステム同定と呼ばれる問題として，非常に多くの研究の中で取り上げられてきた[1]．これらで提案された同定法には，それを使用する様々な状況に対応できる方法が揃っているが，その中で質量や電気抵抗値などの物理パラメータの推定にターゲットを絞った方法は多くない．機械システムの故障診断や経年変化の把握では，特定の物理パラメータの変動値を知りたいし，車の積載量のように使用状況で変化する物理パラメータを把握したいということがある．これに対し筆者らは線形連続時間系の従来用いられてきた同定の枠組のひとつ[2][3]を示し，その構造を利用して指定したパラメータだけを同定する新しい方法を提案している[4]．本研究はこれに引き続き，この手法が故障診断や異常検知に応用することを検討する．また応用する際の問題点を明らかにし，その対処法を与え，例を用いて故障診断の有効性を示す．

2　同定問題の定式化

2.1　既約分解に基づくシステム表現

モデルに含まれる未知パラメータをベクトルpで表し，対象システムを$G_p(s)$と表すこととする．物理パラメータの基準値が事前に知られており，これをp_0とする．$G_p(s)$と$G_{p0}(s)$はともに漸近安定であり，$G_p(s)$は次のように表現できると仮定する．

$$G_p(s) = \frac{N_0(s)+V(s)R(s)}{D_0(s)-U(s)R(s)} \tag{1}$$

ここに，$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$は安定プロパな伝達関数であり，$N_0(s)$，$D_0(s)$は$G_{p0}(s)$の既約因子である．すなわち，次式で表される

$$G_{p0}(s) = \frac{N_0(s)}{D_0(s)} \tag{2}$$

2.2　同定問題とその解法

未知パラメータを推定する方法の仮定と手順を以下に示す．

仮定１　対象システムは１入力１出力系とする．

仮定２　G_{p0}は安定とする．すなわち未知パラメータの基準値p_0をG_{p0}が安定になるように選べる．

仮定３　パラメータpの同定にはG_{p0}の左既約分解に対応した表現(Fig.1)を用いるが，$U(s)$，$V(s)$はBezout等式[5]を満足することは求めない．また$U(s)$，$V(s)$は安定プロパであるとするが，$V^{-1}(s)$が安定プロパであることは求めない．

（Step1）線形分数変換(以後LFTと呼ぶ)により，未知パラメータベクトルpに対する偏差$\delta p_i = p_i - p_{0i}$は，ほとんど全てのパラメータについてFig.2のように整理できることは知られている[6]．未知パラメータの基準値p_0を設定し，真値からの偏差$\delta p_i = p_i - p_{0i}$を対象システム$G_p$から分離する．

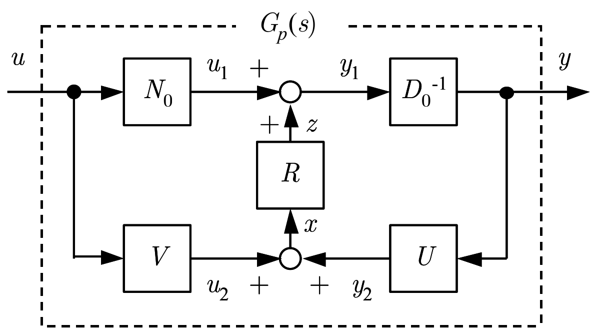
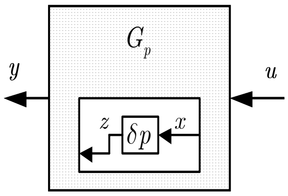
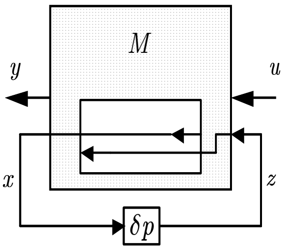


Fig. 1 Description of G_p based on co-prime factorization



(a) Uncertain system



(b) LFT

Fig. 2 Pulling out uncertain parameter

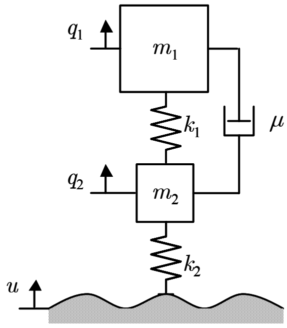


Fig.3 Quarter Car Suspension Model

$$G_p(\delta p) = \mathcal{F}_\ell(M, \Sigma) \tag{3}$$

ここで，M，Σは次のような行列である．

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} &= M \begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix} \\ z = \Sigma x &= \begin{bmatrix} \delta p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \delta p_n \end{bmatrix} x \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

（Step2）　次に，Fig.2(b)をFig.1に書き換える．本研究では，簡単のため行列Σの対角項にδp_iが1度しか現れないと仮定する．式(4)中の伝達関数を用い，Fig.1中の伝達関数は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned} &N_0 = M_{11}M_{21}^{-1}, \quad D_0 = M_{21}^{-1} \\ &U = M_{21}^{-1}M_{22}, \quad R = -\delta p_i \\ &V = M_{12} - M_{11}M_{21}^{-1}M_{22} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

この書き換えができるためには，M_{21}が可逆である必要がある．すなわちD_0が可逆であることを意味する．

（Step3）　書き換えられた Fig.1 において $N_0(s)$, $D_0(s)$, $U(s)$，$V(s)$が安定プロパであれば，u_1，y_1，u_2，y_2 が入出力 u，y から計算できる．

$$x(s) = V(s)u + U(s)y \tag{6}$$

$$z(s) = D_0(s)y - N_0(s)u \tag{7}$$

である．したがって対象システムの入出力 u, y を観測し，式(6)，(7)によって x，z を算出し，x から z への伝達特性として通常の方法により R=diag(δp)を同定することができる．例えば未知パラメータ R の同定は次のような方法が考えられる．推定誤差の評価を

$$J = \int_0^T (z_i(t) - \delta p_i x(t))^2 dt \tag{8}$$

のように定義すると，最小化の必要条件

$$\frac{dJ}{d\delta p_i} = 2\delta p_i \int_0^T x_i^2(t)dt - 2\int_0^T z_i(t)x_i(t)dt = 0 \tag{9}$$

より次式が得られる．

$$\delta p_i = \frac{\int_0^T z_i(t)x_i(t)dt}{\int_0^T x_i^2(t)dt} \tag{10}$$

3　計算例

例として自動車の1/4サスペンションモデル[7]を用い，着目した物理パラメータの同定計算を示すとともに故障診断への応用について検討を行う．

3-1　モデリングおよび同定計算法

対象システムを Fig.3 に示す．本システムは線形モデルとすると運動方程式は次式で表される．

$$\begin{aligned} &m_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} = -k_1(q_1 - q_2) - \mu\left(\frac{dq_1}{dt} - \frac{dq_2}{dt}\right) \\ &m_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} = -k_2(q_2 - u) + k_1(q_1 - q_2) + \mu\left(\frac{dq_1}{dt} - \frac{dq_2}{dt}\right) \end{aligned} \tag{11}$$

［問題設定］サスペンションのばねが経年または疲労により劣化するものとする．このとき，基準値 k_{10} と偏差δk を用いて $k_1 = k_{10} + \delta k$ とすると，状態方程式は次式のように表すことができる．

$$\left.\begin{aligned} &x = \begin{bmatrix} q_1 & \dot{q}_1 & q_2 & \dot{q}_2 \end{bmatrix}^T \\ &\dot{x} = (A_0 + L\delta k H)x + Bu \\ &y = Cx \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

ここで

$$\left.\begin{aligned} &A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{10}}{m_1} & -\frac{\mu}{m_1} & \frac{k_{10}}{m_1} & \frac{\mu}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{10}}{m_2} & \frac{\mu}{m_2} & -\frac{k_{10}+k_2}{m_2} & -\frac{\mu}{m_2} \end{bmatrix}, \\ &B = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \frac{k_2}{m_2}]^T, C = [1 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0], \\ &L = [0 \;\; -\frac{1}{m_1} \;\; 0 \;\; \frac{1}{m_2}]^T, \\ &H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

である．式(12)は

$$\begin{aligned} &\dot{x} = A_0 x + Bu + Lz \\ &y = Cx, \quad \tilde{x} = Hx, \quad z = \delta k \tilde{x} \end{aligned} \tag{14}$$

のようにδk をゲインとするフィードバックシステムに書き換えることができる．すなわち

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y \\ \tilde{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C(sI - A_0)^{-1}B & C(sI - A_0)^{-1}L \\ H(sI - A_0)^{-1}B & H(sI - A_0)^{-1}L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{15}$$

の LFT 表現に帰着する．式(15)を用いて式(5)を計算すると D_0^{-1} はプロパではない．そこで式(2)を満たすために，安定プロパな伝達関数 W を用いて次式のよ

うな変換を行い，式(16)の左辺および D_0^{-1} が安定プロパとなるよう次のような変換を行う．

$$\left[\tilde{N}_0 \quad \tilde{D}_0 \quad \tilde{U} \quad \tilde{V}\right] = W\left[N_0 \quad D_0 \quad U \quad V\right] \tag{16}$$

本問題の場合，式(5)から得られる D_0 は分母が 4 次，分子が 2 次となるため，ここで W を

$$W = \frac{1}{(Ts+1)^2} \tag{17}$$

とした．ここで式(17)は２次形式のローパスフィルタであり，$1/T$ が遮断周波である．これは D_0 を安定プロパにする際に導入する W にフィルタリング効果を持たせる事ができる意味を持つ．この式(17)の効果についてシミュレーションによる検証を行った．対象システムの真値は m_1=350[kg]，m_2=35[kg]，k_1=2×10^4[N/m]，k_2=1.9×10^5[N/m]，μ=320[Ns/m]とし，サスペンションのばねの基準値 k_{10}＝1.9×10^4[N/m]からの偏差 δk を推定する．対象システムへの入力 u は白色ノイズとし，観測する出力 y に S/N＝0.01 のノイズが含まれるものとして，100 組のデータについて推定を行った． Fig.4 に，推定結果に及ぼす設計パラメータ T の影響を示す．実システムの２次の固有周波数は ω_1＝77.5 [rad/sec]であり，この付近以下に遮断周波数 $1/T$ を合わせることで，推定結果の 100 組の平均値 Ave.は不偏性を保っており，また $1/T$ が固有角周波数近辺のときに最も良い推定結果が得られる．しかしこれより大きな値を採用すると，推定値の不偏性が失われることがわかる．

4　故障診断への応用

システムのモデル化が完了した後，同定器の基準値を真値にすれば推定偏差は零になる．この場合において，同定器に偏差が現れた場合にはパラメータの変化すなわち故障や劣化などの異常とみることができる．そこで故障の箇所はあらかじめ想定できると仮定し，前章の 1/4 サスペンションモデルを用い，故障診断システムの構築を試みる．

4.1　問題設定

サスペンションのばね k_1 は使用年数とともにゆっくりと劣化する．また車重 m_1 は乗車人数や積載物など使用状況により随時変化する．自動車の使用状況を把握しながらばねの「へたり」を監視したい．

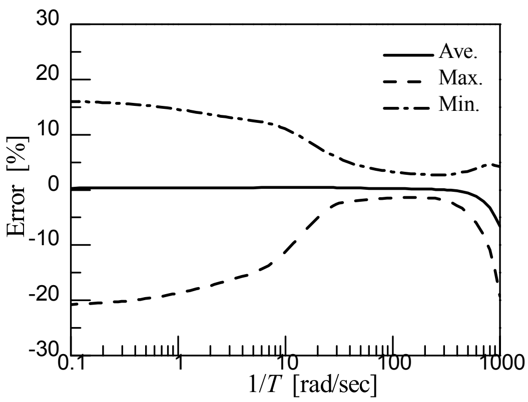


Fig.4　Identification to k_1

4.2　故障診断システムの構築

(Step1) m_1，　k_1，それぞれの同定器を設計する．

(Step2)まずはじめに m_1 を同定することにより自動車の使用状況を把握する．

(Step3)Step2 で得られた m_1 をもとに k_1 を同定する．

この監視システムを構築しシミュレーションを行った．実プラントの車重 m_1 は，ある区間で 50[kg]増加した後に元に戻るものとし，ばね k_1 は劣化時間の短縮のため 100[sec]間に 0.1％の劣化が生じるものとした．入力は白色ノイズとし，入力および出力は測定できるものとする．Fig.5 に計算結果を示す．車重 m_1，ばね k_1 の同定結果は実プラントの変化に対し良好に追従しており，質量 m_1 が変化してもばね k_1 の推定には影響がないことがわかる．

4.3　複数のパラメータ変動に対する考察

複数パラメータが変動するとした問題設定のように，想定したパラメータ以外の真値が全てわかっているとするには実際上の無理があると思われるので，想定した以外のパラメータは小さな不確かさを有していると考え，提案した同定方法を故障診断に適用する方法を述べる．

1) 故障が想定される箇所に対応したパラメータを Fig.2 で示した方法によって抜きだし，LFT 表現を求める．
2) 不確かさがあると考えられるパラメータについては次のようなパラメータ感度によりあらかじめ故障診断に大きな影響を与える事項をチェックする．3.1 節を例にすると，質量 m_1 の変化に対するばね k_1 の変化の影響を次の感度関数で表す．

$$\begin{aligned} S &= \lim_{\Delta k \to 0} \frac{\dfrac{\Delta m_1}{m_1}}{\dfrac{\Delta k_1}{k_1}} = \frac{\partial m_1}{\partial k_1}\frac{k_1}{m_1} \\ &= \frac{\partial m_1}{\partial G}\frac{\partial G}{\partial k_1}\frac{k_1}{m_1} = \frac{1}{\dfrac{\partial G}{\partial m_1}}\frac{\partial G}{\partial k_1}\frac{k_1}{m_1} \end{aligned} \tag{18}$$

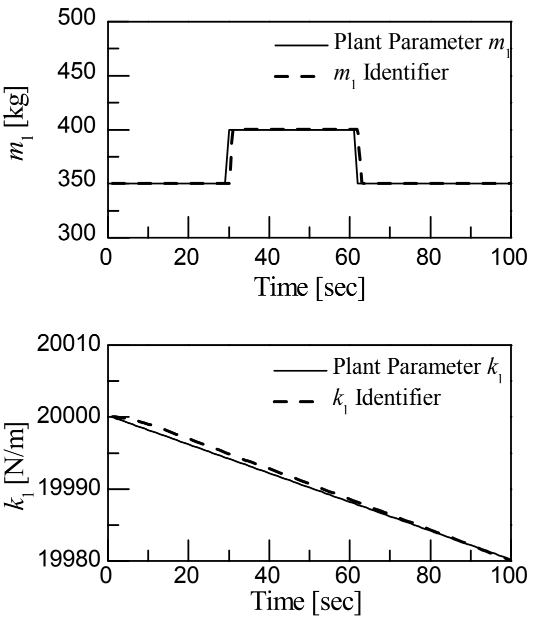


Fig.5　Identification Result

影響が大きくなる周波数領域を確認するため，Fig.6 に式(18)の周波数応答を示す．また，状態変数の単位の取り方で不確かさの影響を抑制できる場合には，単位の調整を行う．

3） 式(5)によって Fig.1 に対応した表現を求め，x と z が入出力 u，y から計算できるようにする．この際 $N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$を決定する際の自由度である M を 2)で確認した不確かさの影響を考慮して決定する（複数のパラメータに対して M の要素を独立に選択できることに注意する）．

4） 式(10)に含まれる 2 つの積分を実時間でかつディジタルで行うことになるが，これについてはやはり 2)で確認した不確かさの影響を考慮する．

5 おわりに

得られた結果をまとめると以下のようになる．

(1) 着目したパラメータだけを同定する方法を提案した．

(2) 提案した同定法の枠組みを成立させるためには，定義するいくつかの伝達関数を安定プロパなものにする必要があるが，その際に導入する任意性のある伝達関数がフィルタとして働き推定結果に及ぼす影響を例題によって明らかにした．

(3) いくつかのパラメータに変化が起きるような状況で本同定法を使用した場合，パラメータ推定値は他のパラメータ変化の影響を受けるが，その際の問題点を明らかにし，例を用いて故障診断の有効性を示した．

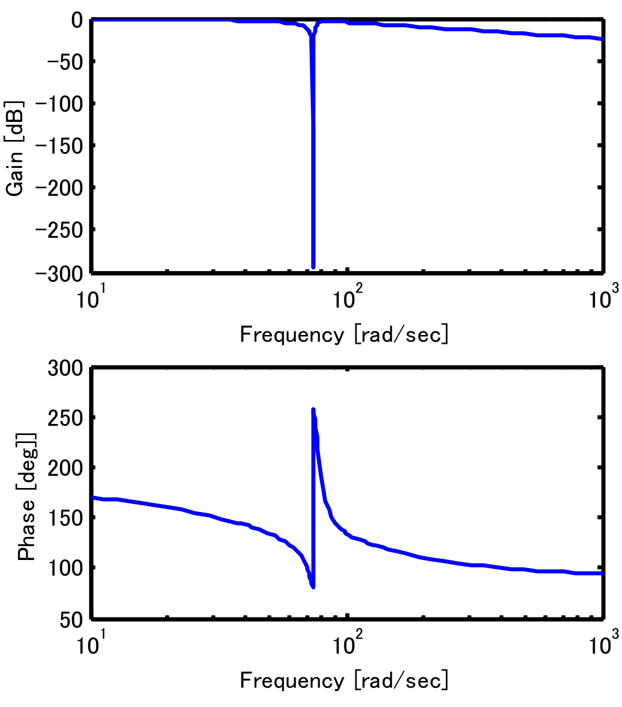


Fig.6 Sensitivity function

参考文献

(1) L. Ljung, System Identification Theory for the User Second Edition, Prentice-Hall, (1999).

(2) P. M. J. Van den Hof, R. J. P. Schrama, Identification and Control -Closed Loop Issues, Vol.31, No.12, pp.1751-1770, (1995).

(3) S. Dasgupta, B. D. O. Anderson, A Parameterization for the closed-loop Identification of Nonlinear Time Varying Systems, Automatica, Vol.32, No.149, pp.1349-1360, (1996).

(4) 大日方，黒沢，川合，「事前情報を活用する物理パラメータの同定方法（第一報：新しい同定方法の提案）」，日本機械学会論文集 C 編，70 巻，691 号，pp714－719，(2004).

(5) K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover, Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, (1996).

(6) S. Boyd, C. Barratt, Linear Controller Design - Limits of performance -, Prentice Hall, (1991).

(7) N.H. McClamroch, State Models of Dynamic Systems, Springer-Verlag New York, (1980).