計測自動制御学会東北支部 60 周年記念学術講演会 (2024.12.17)
資料番号 S60-17

n周期乱数同期・非同期ハイブリッドPSOの探索の性質
Search Properties for n-Period Random Linked/ Unlinked Hybrid PSO

○澤惇至*，岩井俊哉**，米澤直晃***

○Atushi Sawa* Toshiya Iwai*, Naoaki Yonezawa*.

*日本大学

*Nihon University

キーワード： 最適化問題 (Optimization Problem)、粒子群最適化(Particle Swarm Optimization)、乱数非同期PSO(Random UnLinked PSO)、乱数同期PSO(Random Linked PSO)

連絡先： 963-8642 福島県郡山市田村町徳定字中河原1 日本大学 工学部 情報工学科 知能情報処理研究室 岩井俊哉，Tel.：(024)956-8819，Fax.：(024)956-8863

E-mail：iwai.toshiya@nihon-u.ac.jp

1. はじめに

粒子群最適化法[1]（Particle Swarm Optimization、以下ではPSOと略記）は、多点探索に基づく最適化アルゴリズムである。解の候補である粒子が互いに情報を共有して探索空間を動き回ることで、最適解が探索できると期待されるメタヒューリスティクスである。オリジナルのPSOでは、関数の形状が軸方向にそろった目的関数の探索性能と同目的関数を原点の周りに回転した目的関数の探索性能が著しく異なり、後者において探索性が減少する傾向が見られた。これに対し、PSOモデルの理論的・数値的解析[2]により、粒子の速度ベクトルが座標軸方向に偏るという性質（以下、異方性と呼ぶ）が見いだされ、目的関数を探索空間上で回転させた関数の解探索性能が回転角に依存することが示された。この異方性は粒子の速度更新式における一様乱数の乗算方法に起因し、この一様乱数の乗算方法を本研究では乱数非同期実装と呼ぶ。オリジナルPSOを含めてほとんどのPSO改良モデルでは、乱数非同期実装が採用されている。粒子の速度の更新式における一様乱数の乗算方法には、上記の実装と異なる乱数同期実装がある。

Izumiら[3]は乱数同期実装を用いたPSOモデルの探索性能と探索の安定性に関する数値的パラメータ解析により、探索の安定性が成立しないが探索性能が高いパラメータ領域があることを示した。ここで、探索の安定性とは、後術する活性度により評価され、粒子の解への収束しやすさを意味する。探索性能を高めるためには、探索空間全体を遍く探し回る大域的な探索性能と探索できた良い解に精度よく収束していく局所的な探索性の二つの性能をあわせ持つことこが求められる。そこで、上述したパラメータ解析の結果を用いて、探索前半に探索の安定性が低く探索性能の高い乱数同期実装を用い、探索終盤で探索安定性の高い乱数非同期実装に切り替える乱数同期・非同期ハイブリッドPSOモデルを提案し、標準的なPSOモデルと比較し探索性能が高いことを報告した。

本研究では、乱数同期・非同期ハイブリッドPSOモデルを周期的に繰り返すことで探索性能をさらに向上させることができるか、粒子の探索の性質や探索性能を数値的に解析する。

2. PSOの概要

PSOは連続最適化問題の解法であり、設計変数が粒子の位置に対応する多点探索アルゴリズムである。位置と速度を持つ粒子が探索空間を動き回ることで、最適解を探索する。粒子番号iの粒子の時間ステップtでの速度と位置ベクトルを、それぞれ$\boldsymbol{v}_i^{(t)}$と$\boldsymbol{x}_i^{(t)}$と表すと、速度と位置ベクトル成分の更新則は、それぞれ式(1)、 (2)で定義

される。

$$v_{id}^{(t+1)} = wv_{id}^{(t)} + c_1 r_1 \left(pbest_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}\right) + c_2 r_2 (gbest_d^{(t)} - x_{id}^{(t)}) \quad (1)$$

$$x_{id}^{(t+1)} = x_{id}^{(t)} + v_{id}^{(t+1)} \quad (2)$$

ここで、dは次元成分を表し、wは慣性定数、$c1$および$c2$は加速度重み定数、$r1$と$r2$は[0、1]の範囲を取る一様乱数である。$pbest_{id}^{(t)}$はi番粒子の探索履歴における最良位置を表し、$gbest_d^{(t)}$は粒子全体の探索履歴における最良位置を表す。

3. 乱数(非同期/同期)実装

標準的なPSOでは式(1)中の乱数$r1$と$r2$は、粒子番号と時間ステップに依存するが、各粒子の次元成分dにも依存して異なる値をとる。これを乱数非同期実装と呼ぶこととする。本研究では、乱数非同期実装を用いたPSOを乱数非同期PSOと呼ぶ。一方、乱数$r1$と$r2$を次元成分に依らずそれぞれ同一の値とする方法を乱数同期実装と呼ぶこととする。本研究では、乱数同期実装を用いたPSOを乱数同期PSOと呼ぶ。

原点に対して回転対称性を持つSphere関数を目的関数として、乱数同期PSOと乱数非同期PSOの数値実験で粒子の運動の異方性を調査するため、全粒子の速度ベクトルの任意の2つの次元成分から構成されるベクトルと一方の座標軸との成す角度の相対頻度分布を図１に示した。図１より、乱数非同期PSOでの相対頻度分布は90度ごとにピークを示し、既存研究[2]と同様の結果を得た。一方、乱数同期PSOでは、相対頻度分布がほぼ一定値を取り、乱数非同期PSOに比べ異方性が低減されていることが分かる。この結果は、乱数同期実装と乱数非同期実装の違いが粒子の運動に与える影響を明確に示している。

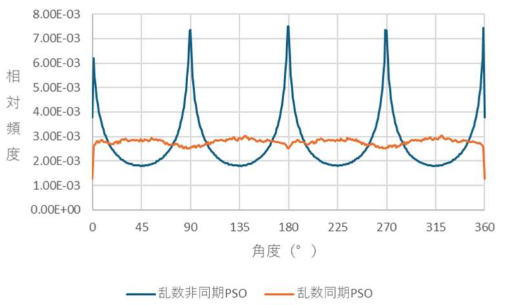

Fig. 1　速度方向の相対頻度分布

4. LDIWモデル[4]

LDIWモデルでは、時間ステップと共に乱数非同期PSOの慣性係数wを線形減衰させる。

5. 乱数同期・非同期ハイブリッドPSO[3]

乱数同期・非同期ハイブリッドPSO（以下、HPと表記）とは、乱数同期PSOから乱数非同期PSOへある時間ステップ（以下、切り替え時間と呼ぶ）で切り替えるPSOである。乱数非同期PSOは局所探索性能が高く大域探索性能が低い傾向があるため、オリジナルのPSOの大域探索性能を向上させる改良手法の一つとして提案された。

6. 提案手法

本研究では、HPを複数回繰り返すことによる探索性能の向上を期待し、HPを周期的に繰り返すn周期ハイブリッドPSO（以下、HP-Pnと表記）を提案する。HPの最終段階では、pbestとgbestが同一の位置に収束し、引き続くHPでもこの収束が継続することで2周期目以降で有効な探索ができないため、各HPの開始時に、粒子の位置とpbestを初期化する。ただし、gbestは全時間ステップを通して初期化しない。

7. 数値実験の内容と方法

ベンチマーク関数の最小値問題を対象として、既存モデルである乱数非同期式PSO、LDIW及びHP、提案モデルであるn=2、4のHP-Pnの数値実験を行い、探索の性質と性能を比較する。HPでの乱数同期PSOと乱数非同期PSOの時間配分を9:1と8:2の2通りで設定し、HP-P2-1、HP-P2-2、 HP-P4-1、 HP-P4-2と表記する４通りのHP-Pnを考える。ここで、HP-Pn-1は時間配分を9:1、HP-Pn-2は時間配分を8:2としたHP-Pnである。探索の性質として二つの指標の測定をした。一つは探索の安定性の指標として使われる次式で定義される活性度[5]である。

$$\sqrt{\frac{1}{ND}\sum_{i=1}^{N}\sum_{d=1}^{D} v_{id}^2} \quad (4)$$

ここで、Nは粒子数でDは探索空間の次元である。また、探索空間の任意の２次元部分空間を100×100のセルに分割し、粒子がセルを訪れた相対頻度より求めたエントロピーを大域的な探索の指標とした。探索性能を評価するために、探索成功割合と最良関数値の統計平均を測定した。探索成功割合とは、500回の数値実験で、$gbest$の関数値が最小値のまわりの規定値1.0×10^{-8}以下に達した割合である。最良関数値の統計平均とは、$gbest$の関数値の統計平均値である。ここで、乱数により測定量に確率的な揺らぎが生じる為、乱数平均を行うことを統計平均と呼ぶ。本研究で使用したパラメータ値は、粒子数40、次元数

10、統計平均数500、繰り返し時間ステップ数50000である。

数値実験では次の10個のベンチマーク関数を用いた：単峰性関数のSphere、 Rosenbrock、多峰性関数のAckley、 Rastrigin、 Griewank、Schwefel 、 Rotated-Ackley 、 Rotated-Rastrigin、 Rotated- Griewank、 Rotated-Schwefel。これらの関数の最小値は0である。

8. 数値実験の結果と考察

8.1 活性度

図２、３に、それぞれGriewank関数とRosenbrock関数の探索時間に伴う活性度の推移を示した。乱数非同期式PSO（以下、ULと表記）やLDIWの活性度は、図２では5000step未満でほぼ0に収束しており、図３では比較的小さい値で収束している。一方、HP、 HP-P2-1、 HP-P2-2、HP-P4-1、 HP-P4-2の乱数同期PSOの時間帯では活性度が高い値を保ち、乱数非同期PSOの時間帯では急激に0に収束していることが分かる。このことより、乱数同期実装を用いたPSOでは解への収束をせずに探索運動を維持し、乱数非同期実装を用いたPSOでは初期収束したり、比較的小さな速度で粒子が探索を行っていることが分かる。

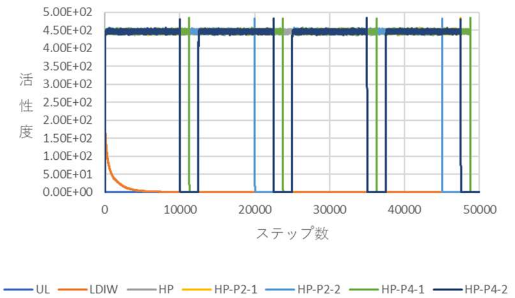

Fig. 2 活性度の時間推移(Griewank関数)

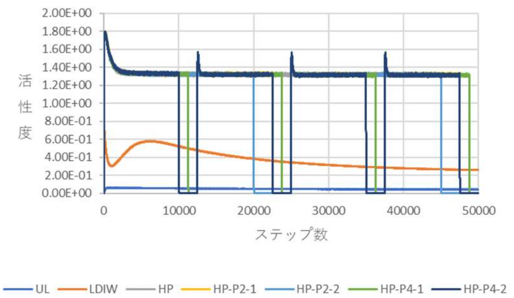

Fig. 3 活性度の時間推移(Rosenbrock関数)

8.2 エントロピー

図４に、Griewank関数の探索時間に伴うエントロピーの推移を示した。図４では、UL、LDIWでのエントロピーは比較的小さな値で推移している。一方、HP、 HP-P2-1、 HP-P2-2、HP-P4-1、 HP-P4-2では、乱数同期PSOの時間帯では高いエントロピーの値を維持し、乱数非同期PSOの時間帯では急激にエントロピーの小さな値に収束している。このことから、多峰性関数の探索においては乱数非同期実装を用いたPSOに比べ乱数同期実装を用いたPSOの方が、大域的な探索性能を有するといえる。図５に、Rosenbrock関数の探索時間に伴うエントロピーの推移を示した。LDIWでは、エントロピーの値が最も高い値で推移している。Rosenbrock関数は変数間依存関係のある単峰性関数であるため、LDIWで効率的に粒子が解へ接近していると推測できる。

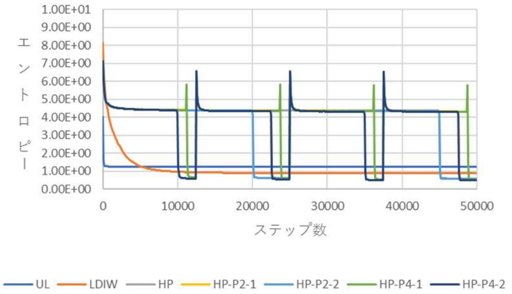

Fig. 4 エントロピーの時間推移（Griewank関数）

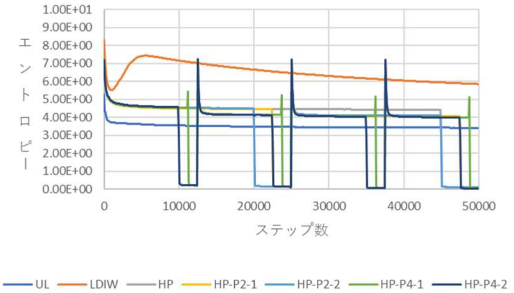

Fig. 5 エントロピーの時間推移（Rosenbrock関数）

8.3 最良関数値

図６、図７は、それぞれGriewank関数、Rosenbrock関数での最良関数値の時間推移を示す。図６より、ULでは初期収束が見られる。LDIWでは初期段階で他のモデルより低い関数値で推移しているが、その後ほぼ一定値に収束した。LDIWはULに対して大域探索性能を向上させる目的で提案されたモデルであるので妥当な結果といえる。一方、HP、HP-P2-1、HP-P2-2、HP-P4-1、HP-P4-2は最初の切り替え時間まで最良関数値は高い値で推移しているが、切り替え時間後に急激に減少していることが分かる。最大ステップ数では、HP2/4-P2、HP2/4-P4の最良関数値はHPより低い値で推移している。この結果から周期的な切り替えが粒子の収束を緩和してより良い解を探索したと考えられる。図７で、最も良い解を探索したのはLDIWであることが分かる。Rosenbrock関数は単峰性で変数間依存関係のある関数なので、解探索に局所探索性能を必

要とし、LDIWが高い探索性能を示したと考えられる。以上より、多峰性関数のGriewank関数では乱数同期PSOの持つ高い大域探索性能が有効に機能し、単峰性関数のRosenbrock関数には乱数非同期PSOの持つ高い局所探索性能が有効に機能したと考えらえる。

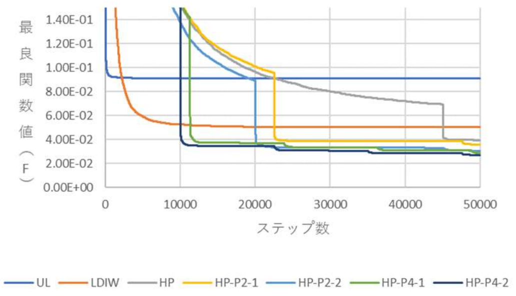

Fig. 6　最良関数値の時間推移（Griewank関数）

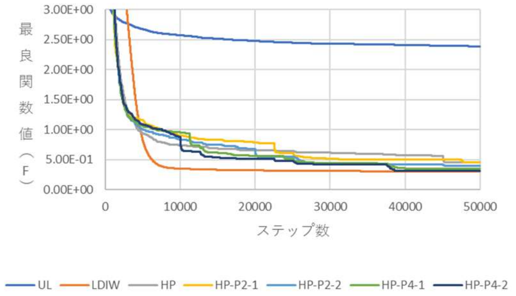

Fig. 7　最良関数値の時間推移（Rosenbrock関数）

8.4　探索成功割合

表１に、１０個のベンチマーク関数の探索成功割合を示した。全てのモデルで100%の探索成功率を取るSphere関数や、0%の探索成功率を取るSchwefel関数があり、関数によって探索の難しさが異なることが分かる。また、多峰性関数では、ULやLDIWに比べHP、HP-P2-1、HP-P2-2、HP-P4-1、HP-P4-2の探索成功率が高い。平均探索成功割合を比較すると、HP-P4-2が最も探索成功割合が高く,ULやLDIWよりHP,HP-P2-1,HP-P2-2,HP-P4-1,HP-P4-2の探索成功割合が高い。このことから、乱数非同期PSOの高い局所探索性能と乱数同期PSOの高い大域探索性能を併せ持つことで、広いタイプの関数の最小値問題に高い探索性能を示す汎用性を有することが分かった。

9.　考察

n周期HPは、関数の形状や変数間の依存関係に関わらず、HPに比べ高い探索性能を示した。また、乱数同期PSOと乱数非同期PSOを組み合わせたHPやn周期HPは、乱数非同期PSOの高い局所探索性能と乱数同期PSOの高い大域探索性能を併せ持つことで様々なタイプの関数に高い探索性能を示すことが分かった。

10.　今後の課題

乱数非同期実装と乱数同期実装を適応的に切り替えるモデルを作成する。

参考文献

[1] Kennedy J, Eberhart RC “Particle swarm optimization”, Int. conference on neural networks, IEEE, pp 1942–1948 (1995).
[2] William M. Spears, Derek Green, Diana F. Spears, “Biases in Particle Swarm Optimization”, Int J. Swarm Intell Res, 1(2), pp. 34–57 (2012).
[3] M. Izumi and T. Iwai, Artificial Life and Robotics, Vol. 25、 pp. 258-263 (2020).
[4] Y. Shi, “Particle swarm optimization”, IEEE Connect, 2:1 (2004).
[5] 相吉英太郎、安田恵一郎：“メタヒューリスティクスと応用”、p79-82、オーム社(2007).

Table 1　探索成功割合

	Sphere	Rosenbrock	Ackley	Rastrigin	Griewank	Rotated-Griewank	Schwefel	Rotated-Rastrigin	Rotated-Ackley	Rotated-Schwefel	AVE
UL	100	1.2	90.2	0	0.6	0.4	0	0	54.4	0	24.68
LDIW	100	0.2	100	36.4	1.2	0	0	0	84.4	0.2	32.24
HP	100	13	100	100	31.4	41.2	0	20	100	0.6	50.62
HP-P2-1	100	43	100	100	33.6	43.4	0	20.8	100	0.8	54.16
HP-P2-2	100	75.4	100	100	36.4	41.8	0	23.8	100	1	57.84
HP-P4-1	100	82.8	100	100	40.2	43	0	21	100	1.6	58.86
HP-P4-2	100	86	100	100	40.2	44.2	0	22.2	100	2	59.46