計測自動制御学会東北支部 第 S60 回研究集会 (2024.12.17)
資料番号 S60-5

# Unscented Kalman Filter と外乱オブザーバを用いたドローンの状態推定

# State estimation of drone using disturbance observer and Unscented Kalman Filter

○濱口幹太 *，村松鋭一 **

○ Kanta Hamaguchi*,Eichi Muramatsu**

*山形大学

*Yamagata University

**キーワード**： ドローン (drone)，クォータニオン (quaternion)，カルマンフィルタ (kanlman filter)，外乱オブザーバ (disturbance observer)，状態推定 (state estimation)

**連絡先**： 〒 992-8510　米沢市城南 4-3-16 山形大学大学院　理工学研究科　機械システム工学専攻 村松鋭一
Tel.:0238-26-3327，E-mail: muramatsu@yz.yamagata-u.ac.jp

## 1.　緒言

基本的な GPS 搭載型のドローンは、正確な位置情報を掴み安全飛行することができるというメリットを持つ一方で、天候や地形などの外的要因に位置情報の精度が左右されやすいというデメリットがある。特に、小型のドローンは風の影響を受けやすく、飛行性が安定しにくいためシステムが乱れやすい。これらの問題を解決するために本研究では、カルマンフィルタの一種である Unscented Kalman Filter(UKF) と呼ばれるポイント点から分布関数の近似を用いることで線形化を行わない手法と、制御対象物に加わる外乱を推定してフィードバックする外乱オブザーバを用いて、風外乱を想定したドローンの状態推定をシミュレーションで検証する。

### 1.1　クォータニオンを用いた姿勢表現

姿勢角の表現として、ここではクォータニオンを用いる。オイラー角と異なり特異点が発生しないため、ドローンなどの姿勢制御に適している。$q_0$,$q_x$,$q_y$,$q_z$ をスカラーの実数、i,j,k を単位ベクトルとする。$q$ のノルムは 1 とする。

$$q = q_0 + q_x i + q_y j + q_z k \tag{1}$$

クォータニオンを用いてベクトル $u$ を空間に固定して機体座標系から基準座標系に変換させると次の式になる。

$$u` = quq^{-}1 = Qu \tag{2}$$

$q^{-}1$ は 逆クォータニオン、Q は回転行列を表す。

また、クォータニオンは微分値の近似を用いることで近似値を $\dot{q}$, 角速度を $\omega$ として以下の式で表せる。

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \times \bar{\omega} \tag{3}$$

$\bar{\omega}$は$\dot{q}$の角速度ベクトルを表す。

## 2.　ドローンの運動方程式

### 2.1　並進の運動方程式

４つのプロペラを持つクワッドコプタを考える。条件は以下のとおりとする。

(1) 機体フレームは剛体、対称であり、重心と機体座標系の原点は一致している。

(2) プロペラは剛体である。

$m$ を機体の質量,$g$ を重力加速度,$v$ を速度,$F$ を推力ベクトル,$d$ を風外乱とすると, 並進の運動方程式は以下の式で表せる。

$$m\dot{v} = -mg + q \times F \times q^{-1} + d \tag{4}$$

ただし、$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b\sum_{i=1}^{4}\Omega_i^2 \end{bmatrix}$ とする。$b$ は推力係数,$c$ はトルク係数,$l$ は重心からプロペラまでの長さである。

### 2.2　回転の運動方程式

$J$ を $3 \times 3$ 行列の慣性テンソル、$\omega$ を角速度、$\tau$ をトルクモーメント,$c$ をトルク係数とする。回転の運動方程式は以下のように表せる。

$$J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + \tau \tag{5}$$

$\tau = \begin{bmatrix} bl({\Omega_3}^2 - {\Omega_1}^2) \\ bl({\Omega_2}^2 - {\Omega_4}^2) \\ c\sum_{i=1}^{4}\Omega_i^2 \end{bmatrix}$ である。

## 3.　UKF を用いた非線形カルマンフィルタ

外乱環境下における姿勢推定アルゴリズムとして、カルマンフィルタの一種である拡張カルマンフィルタ (EKF) が多く採用されている。EKF は非線形のシステムを線形化するため、微分ができない不連続な非線形性に対応できないという問題がある。今回使用する UKF では、確率密度関数を正規分布で近似するという統計量の近似に基づいているため、線形近似の問題を解決することができるため、実世界のシステムに対応させやすい。

### 3.1　非線形確率システム

以下のような離散時間非線形確率システムを考える。

$$x(k+1) = f(x(k)) + bv(k) \tag{6}$$

$$y(k) = h(x(k)) + w(k) \tag{7}$$

ただし、$v(k)$ と $w(k)$ はそれぞれシステム雑音と観測雑音であり、平均値 0、分散${\sigma_v}^2$、分散${\sigma_w}^2$ の正規性白色雑音とする。

### 3.2　UKF アルゴリズム

UKF の考え方は、非線形システムの各時刻の確率密度関数を正規分布を使って近似する。平均値と標準偏差に対応するシグマポイントを選び、非線形に変換する。

・シグマポイントの計算

$(k = 1, 2, \cdots n)$ に対して、n 次元確率密度関数における 2n+1 個のシグマポイントを計算する。

$$\chi_0(k-1) = \hat{x}(k-1) \tag{8}$$

$$\chi_i(k-1) = \hat{x}(k-1) + \sqrt{n+k}(\sqrt{P(k-1)})_i \tag{9}$$

$$\chi_{n+i}(k-1) = \hat{x}(k-1) - \sqrt{n+k}(\sqrt{P(k-1)})_i \tag{10}$$

ただし、$(i = 1, 2, \cdots, n)$ とする。また、$w = \frac{k}{n+k}, w_i = \frac{1}{2(n+k)}, (i = 1, 2, \cdots 2n)$ を重みとする。

・予測ステップ

シグマポイントの更新

$$\bar{\chi_i}(k) = f(\chi_i(k-1)) \tag{11}$$

事前状態推定値

$$\bar{\hat{x}}(k)=\sum_{i=0}^{2n} w_i \bar{\chi_i}(k) \tag{12}$$

事前誤差共分散行列

$$\bar{P}(k)=\sum_{i=0}^{2n} w_i(\bar{\chi_i}(k)-\bar{\hat{x}}(k))(\bar{\chi_i}(k)-\bar{\hat{x}}(k))^T+\sigma_v{}^2 bb^T \tag{13}$$

シグマポイントの再計算

$$\bar{\chi_0}(k)=\bar{\hat{x}}(k) \tag{14}$$

$$\bar{\chi_i}(k)=\bar{\hat{x}}(k)+\sqrt{n+k}(\sqrt{\bar{P}(k)})_i \tag{15}$$

出力シグマポイントの更新

$$\mathcal{Y}_i(k)=h(\chi_i(k)) \tag{16}$$

事前出力推定値

$$\bar{\hat{y}}(k)=\sum_{i=0}^{2n} w_i \bar{\mathcal{Y}}_i(k) \tag{17}$$

事前誤差共分散行列

$$\bar{P}_{yy}(k)=\sum_{i=0}^{2n} w_i(\bar{\mathcal{Y}}_i(k)-\bar{\hat{y}}(k))^2 \tag{18}$$

事前状態・出力誤差共分散行列

$$\bar{P}_{xy}(k)=\sum_{i=0}^{2n} w_i(\bar{\chi_i}(k)-\bar{\hat{x}}(k))(\bar{\mathcal{Y}}_i(k)-\bar{\hat{y}}(k) \tag{19}$$

カルマンゲイン

$$g(k)=\frac{\bar{P}_{xy}(k)}{\bar{P}_{yy}(k)+\sigma_w{}^2} \tag{20}$$

・フィルタリングステップ

状態推定値

$$\hat{x}(k)=\bar{\hat{x}}(k)+g(k)(y(k)-\bar{\hat{y}}(k)) \tag{21}$$

事後誤差共分散行列

$$P(k)=\bar{P}(k)-g(k)(\bar{P}_{xy}(k))^T \tag{22}$$

## 4.　状態空間モデルの設計

状態ベクトルを $x_k=[p_x,p_y,p_z,v_x,v_y,v_z,q_0,q_x,q_y,q_z,\omega_x,\omega_y,\omega_z]^T$ のように定義する。一般的なドローンの複数のセンサで構成されており、角度センサや加速度センサ、磁気センサから状態推定を行う。ここで (6)(7) のように離散系の状態空間モデルを立てる。ただし、位置ベクトルを $p$、速度ベクトルを $v$、角速度ベクトルを $\omega$、クォータニオンベクトルを $q$、外乱ベクトルを $d$ とする。ここで、雑音以外に外乱を与えるとして、状態方程式を以下のようにする。

$$x(k+1)=f(x(k))+bv(k)+d(k) \tag{23}$$

また、センサから外乱以外が測定できるものとして、$h(x(k))=[p,v,q,\omega]$ とすると、観測方程式を以下のようになる。

$$y(k)=h(x(k))+w(k) \tag{24}$$

## 5.　外乱推定拡張オブザーバの設計

外乱オブザーバによる、外乱推定値から実外乱を打消し、状態推定の向上を図る。$\hat{d}$ を外乱推定値として、外乱の影響を小さくした状態推定を行う。拡大状態変数を $\bar{x}(k)=[x(k),\hat{d}(k)]^T$ とすると、UKF で求めたカルマンゲインを用いて、離散系の状態方程式は次のように表せる。回転数を入力として、$\hat{x}$ の中に含めた形にした。

$$\bar{x}(k+1)=\bar{x}(u(k))+K(y(k)-\bar{\hat{y}}(k)) \tag{25}$$

$$\bar{y}(k)=\bar{x}(k) \tag{26}$$

ここでのカルマンゲインは、UKF で求めたカルマンゲインであり外乱オブザーバに用いるとする。

## 6.　シミュレーション条件

状態方程式の初期条件を $x_0=[0,0,0,6,6,6,1,0,0,0,3,3,3,0,0,0]^T$ とする。カルマンゲイン

の初期値を 0.1 の行列、観測値と観測予測値の初期値を大きさをそれぞれ $[0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0]$、システム雑音と観測雑音の分散をそれぞれ 0.5 とした。また、慣性テンソルを $J = diag[0.0625, 0.0625, 0.0468]$ とする。詳細なシミュレーション条件は Table1 に表す。

Table 1　Phytical parameters.

| 名称 | 文字 | 数値 | 単位 |
|---|---|---|---|
| 重力加速度 | g | 9.81 | $[\mathrm{m/s^2}]$ |
| 質量 | $m$ | 10.0 | [kg] |
| 推力係数 | $b$ | 0.05 | |
| トルク係数 | $c$ | 0.04 | |
| 軸 1 の回転数 | $\Omega_1$ | 2000 | [rpm] |
| 軸 2 の回転数 | $\Omega_2$ | 3000 | [rpm] |
| 軸 3 の回転数 | $\Omega_3$ | 3000 | [rpm] |
| 軸 4 の回転数 | $\Omega_4$ | 2000 | [rpm] |
| 重心からプロペラまでの長さ | $l$ | 0.2 | [m] |

## 7.　結果と考察

x 軸方向にランダムな大きさで外乱を与え、UKF のサンプリング時間を $t = 0.001[s]$ として、UKF のみと外乱オブザーバ導入した UKF で状態推定の精度を比較した。シミュレーションでの離散的な時間ステップを 60 回行った。Fig1〜3 は位置、Fig4〜6 は速度、FIig7〜9 は角速度の図である。青線が真値、赤線が UKF と外乱オブザーバ、緑線が UKF のみの線を表す。この結果から、UKF と外乱オブザーバを併用した場合のほうが精度は向上していることがわかる。

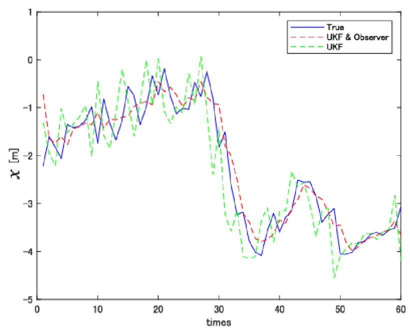


Fig. 1　position x.

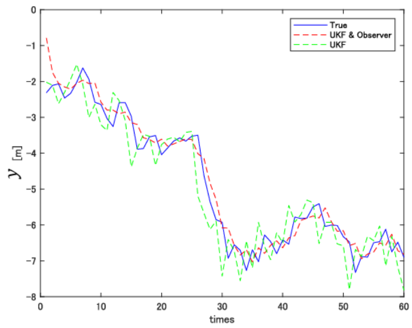


Fig. 2　position y.

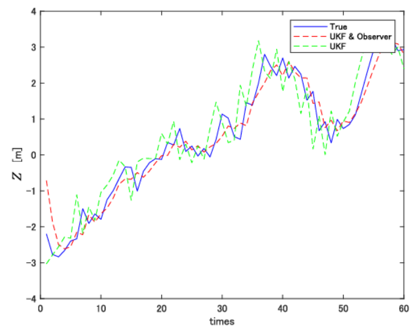


Fig. 3　position z.

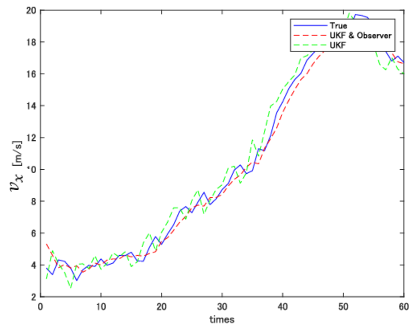


Fig. 4　velocity x.

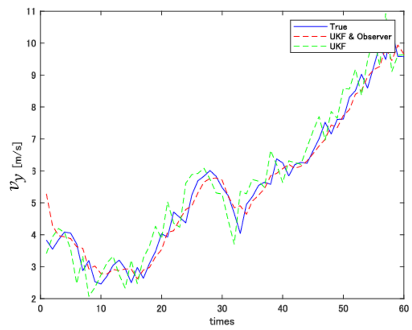


Fig. 5　velocity y.

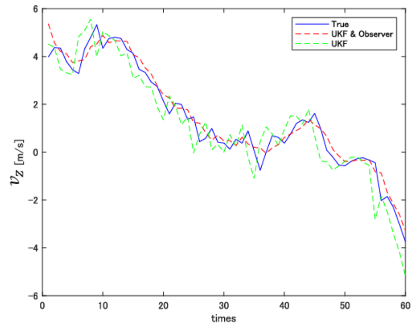


Fig. 6　velocity z.

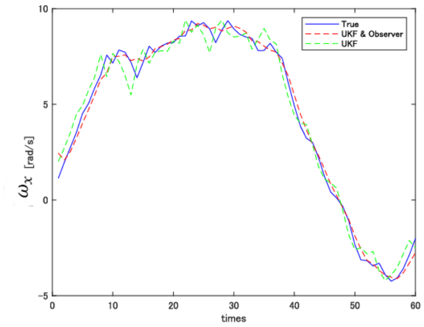


Fig. 7　angular velocity x.

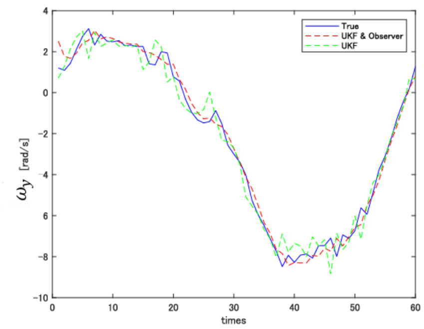


Fig. 8　angular velocity y.

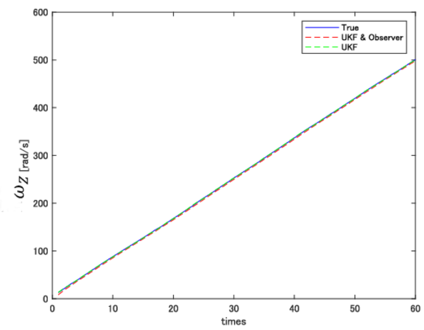


Fig. 9　angular velocity z.

## 8.　終わりに

今回の検証では、UKF と外乱オブザーバドローンを組み合わせて状態推定を行った。外乱オブザーバ導入後の方が推定の精度は向上した。しかし、まだ外乱の推定の結果が芳しくないため、さらなる検証が必要である。

## 参考文献


1) ドローン工学入門, コロナ社出版 (2022)

2) 嶋田有三・佐々修一, 飛行力学, 森北出版 (2021)

3) 島田明, 外乱オブザーバ, コロナ社 (2021)

4) 片山徹, 非線形カルマンフィルタ, 朝倉書店 (2012)

5) 足立修一, カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版,95/191(2013)

6) 竹野倫彰・片山徹, Unscented Kalman Filter を用いた力学系の状態およびパラメータ推定,, システム制御情報学会論文誌, **24**-9, 231/239 (2011)

7) 相馬淳志・関口和真・野中謙一郎, 無香料カルマンフィルタを用いたクワッドコプターの非線形モデル同定, suC,**1**-4

8) 非線形モデル予測制御によるドローン (クワッドローター) の制御, `https://zenn.dev/takuya_fukatsu/articles/60a6c5db8c471c`, 最終更新日 (2024 年 12 月 9 日)